Innhold:

SAMARBEID MELLOM POLITIKERE OG ØKONOMETRIKERE OM FORMULERING AV POLITISKE PREFERENSER

BESLUTNING UNDER USIKKERHET

EEC-SAKEN

PENGEPOLITISKE RESERVEKRAV ELLER UTLÅNSRELASJON

MODERNE REGULERINGSTEORI OG ØKONOMISKE MODELLER

MODIS IV

SOSIALØKONOMEN

6 - JUNI 1971 - ÅRGANG 25

6 | 71

JUNI

SOSIALØKONOMEN

Redaksjon:

Leif Asbjørn Nygaard
Bjørnulf Sandberg
Åge Sørsveen (ansvarlig)

●

Redaksjonsutvalg:

Arne Amundsen
Erling S. Andersen
Svenn G. Anderssen
Knut Elgsaas
Harald Fure
Kåre Gisvoll
Stein Hansen
Tore Lindholt
Svein Longva
Per Halvor Vale

SOSIALØKONOMEN
Utgitt av
Norske Sosialøkonomers
Forening

●

Utkommer med 10 nummer pr. år og sendes gratis til foreningens medlemmer.

●

Sekretariat:
Storgt. 26 IV
OSLO 1
Telefon 20 22 64

Abonnementspris kr. 50,—
pr. år. Enkeltnummer kr. 5,-

INNHOLD

VÅR HJELP TIL UTVIKLINGSLANDENE 3

RAGNAR FRISCH:
SAMARBEID MELLOM POLITIKERE OG ØKONOMETRIKERE OM FORMULERING AV POLITISKE PREFERENSER 5

ANDERS DEDEKAM JR.:
ENKLE PRINSIPPER FOR BESLUTNING UNDER USIKKERHET I TEORIEN FOR PRODUSENTENS TILPASNING 15

EEC-SAKEN 20

PER MEINICH:
PENGEPOLITISKE RESERVEKRAV ELLER UTLÅNSRELASJON? .. 21

LARS PETTER LYSTAD:
ET EKSEMPEL PÅ BRUK AV MODERNE REGULERINGSTEORI PÅ EN ENKEL DYNAMISK ØKONOMISK MODELL 27

OLAV BJERKHOLT OG SVEIN LONGVA:
BASIC FRAMEWORK OF AN INPUT-OUTPUT PLANNING MODEL, WITH A COMMODITY-SECTOR APPROACH 35

Manuskript med innledende resymé sendes Norske Sosialøkonomers Forening, Storgt. 26 IV, Oslo 1 (tlf. 20 22 64). Artikler, kommentar- og/eller debattinnlegg må være redaksjonen i hende senest den 10.de i måneden før utgivelsen.

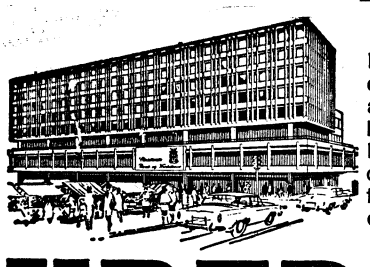
Kredittkassen søker

Sosialøkonomer – siviløkonomer

Kredittkassen søker dyktige, yngre økonomiske kandidater til utredningsarbeid i forbindelse med makroøkonomiske og kredittpolitiske forhold og bankens langtidsplanleggingsarbeid. Økonomene vil bli tilknyttet bankens Økonomiseksjon og vil få faglig interessante, men også krevende arbeidsoppgaver. Det er ønskelig med gode teoretisk-økonomiske kunnskaper og god skriftlig fremstillingsevne. Tidligere praksis er ingen betingelse.
Interesserte bes kontakte assisterende banksjef Johan Frøland, telefon 20.65.50, linje 345, for ytterligere opplysninger eller avtale om konferanse. Skriftlig søknad sendes til:

KREDITKASSEN
Personalavdelingen
Stortorvet 7
Oslo 1

innen 5. juli d.å.



Kreditkassen er en av landets største forretningsbanker med ca. 1650 ansatte. Hovedkontoret ligger i Oslo og banken har avdelinger over store deler av landet fra Farsund i sør til Narvik i nord.
Kreditkassen satser mye på videreutdannelse. Hver funksjonær deltok gjennomsnittlig i to kurser ifjor. Undervisningen omfatter alt fra et flerårig lederutviklingsprogram via bl. a. økonomisk gymnas og handelsskole til bankfaglige programmer av forskjellige slag.

KREDITKASSEN

HOVEDKONTOR: STORTORVET 7, OSLO 1, TELEFON * 20 65 50

Sosialøkonom/siviløkonom

Til vår økonomiske linje treng vi lærar i bedriftsøkonomi, sosialøkonomi og rettslære. Interesserte må melde seg til skolen før 20. juni.

STEINKJER GYMNAS
7700 Steinkjer
Teefon 077-62281.

Vår hjelp til utviklingslandene

Det ser etter hvert ut til å ha blitt en internasjonal målsetting at de industrialiserte land skal gi en prosent av sitt brutto nasjonalprodukt som hjelp til utviklingslandene. Blant norske politikere er det bred enighet om at vi skal ta konsekvensen av dette, og det tas sikte på en viss øking av offentlige bevilgninger til slike formål i løpet av de nærmeste år. Meningsmålinger viser imidlertid at den allmenne oppslutning om utviklingshjelpen er ytterst begrenset, og det dominerende populære synspunkt ser ut til å være at midlene bør anvendes i Norge. Samsvaret mellom politiske idealer og allmenne vurderinger er således meget dårlig.

Det er også grunn til å se litt nærmere på den utviklingshjelpen som faktisk gis fra de industrialiserte land. Vanligvis defineres slik hjelp som overføring av økonomiske ressurser, uansett hvilke betingelser dette skjer på. Den såkalte utviklingshjelp omfatter derved ikke bare ensidige gaveytelser, men også private overføringer av investeringsmidler og kortsiktige handelskreditter. Handelskredittene gis med sikte på kortsiktig finansiering av varesalg fra vedkommende industriland, og investeringene i utviklingsland foretas fordi disse viser seg å være meget lønnsomme. I mange tilfelle kan nok slike internasjonale forretningstransaksjoner fremme den økonomiske utvikling i vedkommende tilbakeliggende land, men det er en grov tilsnikelse å kalle enhver slik overføring for utviklingshjelp.

Grunnlaget for en mer inngående vurdering av slike overføringer må være hvilke virkninger de har på vedkommende utviklingslands økonomi. Det er da behov for en langt mer nyansert oppstilling enn den som vises ved et tall for de samlede transaksjoner. Enkelte av overføringene er knapt nok utviklingsfremmende i det hele tatt, stormaktenes leveringer av militært utstyr kan her stå som eksempel. Vareleveringer kan også ellers ha begrenset verdi, da de i større grad bestemmes ut fra giverlandenes avsetningsproblemer enn ut fra mottagerlandenes behov. En tilsvarende uheldig virkning for utviklingslandene har det når kreditter og lån bindes til vareleveringer fra bestemte land.

Private utenlandske investeringsprosjekter i utviklingsland har i mange tilfelle ikke gitt vesentlige impulser til videre industrialisering. Det har vist seg at slike investeringer i stor grad konsentreres om utvinning av råvarer, med sikte på videre foredling og salg i de industrialiserte land. Herved dannes en isolert sektor i eksportlandets økonomi, med meget begrenset stimulans til utvikling av mer allsidig produksjonsvirksomhet. Erfaringsmessig gir denne typen forretningsmessige investeringer en meget høy avkastning, gjeninntjeningstiden kan være så kort som 3—5 år. Men overskuddet trekkes vanligvis ut av landet, i stedet for å bli investert i videre foredlingsvirksomhet. Heller ikke er det alltid mulig å kontrollere de avregningsprisene som bokføres ved eksporten av de råvarene som et slikt selskap leverer. Alt i alt ser det ut til at utviklingslandene har liten kontroll med de private investeringsmidler fra industrialiserte land, og valget av investeringsprosjekter gjøres ikke ut fra behov og målsettinger i vedkommende utviklingsland.

Det kan være berettiget å spørre litt mer generelt om utviklingslandene har noen avgjørende fordel i et slikt økonomisk samkvem med den industrialiserte verden. Den reelle pris for kreditter og varelevering kan bli meget høy. Kanskje ligger den største kostnaden i at utviklingslandene påtvinges verdensmarkedets priser i sin indre økonomi. Dette vil bli konsekvensen av industrilandenes betingelser om blant annet en liberal handel med bearbeidede varer. De relative priser i internasjonal handel er tilpasset høyt industrialiserte samfunn, men de gir i mindre grad velegnede stimulanser til oppbygging av ny industri i de råvareproduserende land. Slik industrialisering kan vanskelig bli lønnsom i umiddelbar konkurranse med etablert virksomhet i de gamle industriland. Våre krav om en mest mulig liberal verdenshandel kan da lett sinke den økonomiske oppbygging av utviklingslandene.

I den senere tid har utviklingen gått i retning av et tollpreferansesystem for eksporten fra en del utviklingsland til Europa. Spesielt har fellesmarkedslandene tatt sikte på slike ordninger med sine tidligere kolonier. En sak for seg er at dette kan gi alminnelig sammenbrudd for bestevilkårsprinsippet, som gjennom GATT-avtalen er blitt et hovedgrunnlag for internasjonal handel. Men det er også grunn til å spørre om tollpreferanser gir vesentlige fordeler for utviklingslandene. Tollsatsene er ofte på forhånd forholdsvis lave, og da må virkningene bli begrenset. Heller ikke vil slike preferanser nødvendigvis gi utviklingslandene noen stimulans til å bygge ut særlig fordelaktige næringer. Det ser for øvrig ut til at verken Norge eller andre industrialiserte land er villig til å ta konsekvensene av en internasjonal arbeidsdeling, ved selv å redusere produksjonen i de industrigrenene som utviklingslandene kan konkurrere med. Beskyttelsestiltak blir tvert om ofte den praktiske konsekvens av slik konkurranse.

Bare i meget liten grad er det allment erkjent hvilket omfang en reell utviklingshjelp må ha. Uansett om man vurderer de rene gaver eller de totale overføringer, er disse åpenbart utilstrekkelige i forhold til utviklingslandenes ønsker om økonomisk vekst. Det vil kreves meget betydelige overføringer dersom produksjon og forbruk pr. innbygger i utviklingslandene skal økes vesentlig i løpet av 20, 30 eller 50 år. Dersom slik vekst skal oppnås ved at den industrialiserte verden stiller økonomiske ressurser til disposisjon, må disse være av en ganske annen størrelsesorden enn i dag. Konsekvensen må da bli en betydelig reduksjon i industrilandenes forbruk, kanskje vil det kreves 20—30 pst. umiddelbar reduksjon i konsum pr. innbygger og bare svak årlig øking fra dette lavere nivå. De nåværende overføringer har bare marginal virkning på utviklingslandenes økonomiske vekst, mens de i kanskje langt større grad tilslører faktiske realiteter ved å skape et inntrykk av at reell utviklingshjelp blir gitt.

Om vi ser mer spesielt på Norges utviklingshjelp, er denne nærmest ubetydelig i nasjonaløkonomisk sammenheng. Omfanget av de offentlige bevilgninger tyder ikke på at formålet er særlig høyt prioritert, og de foreliggende planer om øking gir ingen grunn til annen vurdering. Bevilgninger som svarer til en brøkdel av vårt forsvars- eller samferdselsbudsjett kan ikke sies å være store, og utviklingslandenes finansieringsbehov tilsier en ganske annen målestokk.

Det er for øvrig grunn til å merke seg at offentlige bevilgninger til innenlandske formål egentlig ikke bør ses som alternative til utviklingshjelp. Økt innenlandsk disponering gir således økt press i norsk økonomi, mens dette i mindre grad skjer ved økte bevilgninger til utviklingshjelp. Selv om slike bevilgninger kan skape et underskudd på statsbudsjettet ,gir ikke dette noen tilsvarende intern etterspørselsøking. Derimot påvirkes vår utenriksøkonomi, slik at tilgangen på varer og tjenester blir redusert.

Tatt i betraktning den negative holdning som norsk opinion har til økt utviklingshjelp, er det neppe realistisk å regne med noen avgjørende øking av bevilgningene over offentlige budsjetter. Heller ikke bør det regnes med sterk øking i private kapitaloverføringer. Som nevnt foran kan disse også være lite ønskelige for utviklingslandene, da de ofte gir utenlandske interesser en urimelig dominerende posisjon. Kanskje kunne det være et mer realistisk alternativ at det stilles meget omfattende og mer eller mindre forretningsmessige lån til disposisjon for utviklingslandenes egne prosjekter. Et viktig norsk bidrag kunne da være å stille garanti for opplåning i det internasjonale kapitalmarked, ved at vår kredittverdighet kan utnyttes til formidling av slike lån. Herved kan trolig oppnås gunstigere betingelser enn om utviklingslandene skulle låne innfor egen regning. Ved at vi da disponerer våre bevilgninger til utviklingshjelp til å dekke tap og eventuelle rentesubsidier, har vi frembragt en mangedobbelt ressursoverføring.

Vi må imidlertid ikke vente at selv slike ordninger vil gi den ønskede økonomiske vekst i utviklingslandene. De overføringene som kan gis i form av kreditt, ser ikke ut til å være tilstrekkelige, og ved en utbygging på slikt grunnlag blir belastningen ved renter og avdrag forholdsvis stor. Det grunnleggende spørsmålet blir da den internasjonale inntektsfordelingen, i det utviklingslandenes ønsker vil forutsette en utjevning av denne. Dette kan gjennomføres ved store gaveoverføringer av kapital, og dels også ved innføring av nye prisforhold i internasjonal handel. Men det er liten grunn til å vente at verken Norge eller andre industriland frivillig godtar slike ordninger av vesentlig omfang, norsk opinion gir tydelig pekepinn om dette. Utviklingslandenes alternativ må da bli økonomisk vekst på grunnlag av egen sparing, ved at det holdes et ekstremt lavt konsum i en periode på kanskje 30—50 år fremover. Trolig vil dette kreve en annen politisk struktur enn de fleste av disse landene i dag har, med regjeringer som også fører en langt mindre velvillig politikk ovenfor industrilandene og i stor grad tilpresser seg økonomisk bidrag fra disse. Dersom dette blir utviklingen fremover, vil det kanskje bli mer åpenbart at grunnlaget for reelle utviklingsbidrag må være mottagerlandenes makt, ikke giverlandenes veldedighet.

Reg. 220

Samarbeid mellom politikere og økonometrikere om formuleringen av politiske preferenser*)

AV
PROFESSOR DR. PHILOS. RAGNAR FRISCH

Jeg takker for innbydelsen til å holde dette foredraget. Det er alltid en glede for meg å komme i Norske Sosialøkonomers Forening. Av en eller annen grunn befinner jeg meg alltid bedre blant den yngre generasjon enn blant den eldre. Jeg synes den aktiviteten – både vitenskapelig og organisatorisk – som foreningen legger for dagen, er beundringsverdig. Og tidsskriftet Sosialøkonomen har jo nå etter hvert fått en slik standard at enhver nordisk nasjonaløkonom er nødt til å følge med i det.

Til foredraget i kveld er delt ut noen stensilerte sider, skrevet på engelsk. Innledningen der angir den «keynote» som vil prege det jeg har å si. Den gjengis her:

The purpose of this paper is to make a plea for a new type of cooperation between politicians and econometricians. This new type of cooperation consists in formalizing the *preference function* which must underlie the very concept of an *optimal* economic policy. A preference function is simply a function of some of the variables that enter into a description of the economy, the function being such that the *maximization* of it can be looked upon as the definition of the goal to be obtained by the economic policy.

How can we reach an expression for the numerical character of this function? And how can it be applied in practice?

It is my firm conviction that an approach to economic policy through a preference function contains the key to a *much needed reform* of the methods of decision making in society at large in the World of today.

On one hand we are today facing crucial *environmental factors* which previously were — and could be — nearly completely neglected. A whole spectrum of production processes, steered more or less exclusively by pecuniary gains, create today enormous quantities of *waste* in the form of toxious matter which is left to society to handle. Similarly for the *preservation of nature* and for the relief of *city congestion* and for a variety of other questions concerning the *welfare of humans*.

On the other hand political discussions today come dangerously close to resembling a dog fight where the *global nature* of and the *interconnections* between the basic ouestions have a tendency to get lost, and only loud crying on striking *partial* aspects of inefficiencies and injustices counts.

All this calls for radical and unconventional thinking about the decision making machinery in society at large.

The preference function is a tool for defining the *goal*. Another important proglem is to construct a model of the *conditions* (bounds and equations) under which our striving towards the goal has to proceed. But this latert problem will not be considered in the present paper.

Since I am adresseing two very different groups: Politicians and econometricians, the form of the presentation is a difficult question. Some parts in the sequel may perhaps be too technical for the liking of politicians and other parts too trivial for the liking of econometricians. But this risk I will have to take.

*

Nyttebegrepet.

Først må jeg si et par ord om totalnyttebegrepet og det derav avledede grensenyttebegrepet. Vi finner det behandlet i alle lærebøker i økonomisk teori. Spesielt har vi lært som et *grunnleggende prinsipp* at det er *umulig å jamnføre* størrelsen av totalnytten eller grensenytten for ett individ med de tilsvarende størrelser for et annet individ. Vi har lært at her kommer det inn en individuell skalafaktor som gjør enhver interpersonell nyttesammenligning umulig. Dette er blitt et slags udiskuterbart aksjom som alle unge økonomer så å si får inn med morsmelken.

Etter at dette er blitt konstatert i den økonomiske teori går økonomer og politikere uanfektet bort og bygger opp et sosialpolitisk system der man så å si på hvert gatehjørne møter problemer om trygder og subsidier og inntektsoverføringer osv. som overhodet ikke ville ha noen mening hvis det virkelig var sant at det var umulig å foreta interpersonelle nyttejamnføringer. Dette tankekorset har plaget meg i mange år. Jeg tror at her er det behov for en kraftig teoretisk opprydding.

Men jeg har noe ennå mye verre å si. Selv om vi går ut fra at totalnyttebegrepet og det derav avledede grensenyttebegrepet både eksisterer for det enkelte individ, og endog kan jamnføres fra det ene individ til det annet, har jeg en sterk følelse av at disse begrepene på ingen måte er tilstrekkelige til å danne et realistisk grunnlag for en sosialpolitikk og en politisk betonet valghandlingsteori. Jeg tenker da *ikke* på slike velkjente ting som at mennesker ikke handler rasjonelt, men også blir påvirket av emosjonelle faktorer,

*) Foredrag holdt i Sosialøkonomisk Samfunn mars 1971.

prestisjehensyn, tilfeldige impulser, osv. Alt dette er naturligvis sant, men kan likevel bringes inn under et klassisk (interpersonelt)-nyttebegrep ved passende tolkninger og ved henvisninger til at økonomene arbeider med statistiske gjennomsnitt.

Jeg tenker på noe annet, noe som i matematisk forstand har å gjøre med selve *dimensjonen* av nyttebegrepet. For å få et realistisk teoretisk grunnlag for sosialpolitikk må vi for et hvert individ regne med to sett av størrelser: For det første vedkommendes egen totalnytte og grensenytte, og for det annet den konjektur han gjør angående andre personers totalnytte og grensenytte.

Et enkelt eksempel vil illustrere hva jeg mener. Anta at min kone og jeg har spist middag alene som vi pleier. Til dessert er det innkjøpt 2 kaker. De er helt forskjellige av karakter, men begge er meget fine – og dyre – etter vår standard. Min kone rekker meg fatet og ber meg forsyne meg. Hva skal jeg gjøre? Ved å slå opp i min egen totalnyttefunksjon finner jeg at jeg fryktelig gjerne vil ha den ene av de 2 kakene. Jeg vil påstå at dette er *fullkomment irrelevant* for det valgproblem jeg står overfor. Det virkelige relevante problemet er: Hvilken av de 2 kakene liker min kone best? Hvis jeg bare visste det ville saken vært klar. Jeg ville da straks si ja-takk, og ta den *andre* kaken, altså den som jeg visste at hun satte i annen rekke.

Men her oppstår et problem om *pålitelige data*. Hvis jeg fra før vet nøyaktig hva hun liker best, så er saken klar, men hvis jeg er i tvil om det? Problemet er ikke løst ved å spørre henne: «Hva liker du best?» For da vil hun selvfølgelig si: «Det er meg fullstendig likegyldig, ta den du liker best». Og heller ikke er problemet løst ved å si: «Forsyn deg først», for da vil jo akkurat det analoge problem oppstå for henne. Så det enkleste jeg kan gjøre er bare så nøyaktig som mulig å bygge på tidligere erfaringer og så foreta handlingen på det grunnlag. I noen tilfeller er det kanskje slik at mitt anslag over hennes preferanser er så vake og ubestemte at jeg i noen grad må legge vekt på min egen totalnytte, dvs. lage et eller annet slags kompromiss mellom de to vurderingene.

Vel, jeg tror at dette lille eksemplet med et todimensjonalt nyttebegrep, meg selv og de andre, er et miniatyrbilde av det problemet vi står overfor hvis vi vil forsøke å skape et realistisk grunnlag for noe vi kan kalle sosialpolitikkens teori. Jeg skal imidlertid ikke drive dette synspunktet lengre ved denne anledning. I livets skole har jeg lært at hvis det er noe jeg vil ha gjennomført, er det ofte fornuftig å gå skrittvis frem. Akkurat som jeg ville gjort det hvis det hadde vært min oppgave å få Frankrikes president til å gå med på de mest ekstreme deler av Werner-planen.

Preferansefunksjonen til praktisk bruk.

Jeg har nemlig i dag noe som det er meg maktpåliggende å få støtte til å gjennomføre. Og da vil jeg *foreløpig* gå ned fra det to-dimensjonale nyttebegrepet til det en-dimensjonale. Jeg vil spesifisere problemet som det å lage en *kvantitativ formulering av en preferansefunksjon* for praktisk politisk bruk.

En preferansefunksjon er en funksjon som har den egenskap at dens maksimering kan tas som definisjon av en optimal økonomisk politikk. Og den preferansefunksjonen det her er tale om er den som gjelder for den aktuelt eksisterende desisjonsbestemmende autoritet i samfunnet, uansett hva denne autoritet måtte være, enten en junta av mektige menn, eller et demokratisk parlament med politiske partier. Den preferansefunksjonen jeg taler om er altså noe helt annet enn den velferdsfunksjonen som det skrives og snakkes så meget om fra meget abstrakt synspunkt.

Jeg skal ikke gå inn på en argumentering om hvorvidt det er mulig eller ikke mulig å operere med en slik politisk preferansefunksjon i praksis. I steden vil jeg ganske enkelt forsøke å gjøre det — eller rettere sagt — forsøke å risse opp en metode som jeg tror det er mulig å bruke i praksis. Jeg bygger da ikke bare på teoretiske overveielser, men også på mine erfaringer under konversasjoner med høytstående politikere i utviklingsland og i noen utviklede land.[1])

Økonometrikeren som vil forsøke å formalisere en preferansefunksjon i et språk som hans elektroniske regnemaskin kan forstå, må arbeide i tre faser.[2]) Det gjelder uansett om det er spørsmål om å formalisere preferansefunksjonen for et enkelt politisk parti, eller en kompromissfunksjon.

Den *første fasen* består simpelthen deri at økono-

[1]) Uten å gå nærmere inn på en prinsipiell diskusjon om mulighetene på dette området, må jeg gi iallfall et enkelt sitat. Det er hentet fra avsnitt 3 «Prospects of modelbuilding» i Jan Tinbergens ypperlige Nobel-foredrag. Han sier (Les Prix Nobel en 1969 p. 250): «... In our opinion it is better first to specify the social well-fare function as precisely as possible, and then to use it for finding the socio-economic optimum. ... in a discussion ... I proposed that both east and west try to specify their social wellfare function ... Hopefully some thorough work will be done on this subject in the coming years.» Det eneste jeg kunne ønske annerledes her var at Tinbergen hadde brukt uttrykket «preference function» istedetfor «wellfare function». Det er faktisk «preference function« han mener. Jfr. avsnittet ovenfor.

[2]) Her må jeg gjøre en liten men viktig digresjon: For hver dag som går blir det mer og mer nødvendig at økonomer og økonometrikere har et visst — iallfall elementært — kjennskap til grunnprinsippene for de moderne elektroniske regnemaskiner og til et av programmeringssprogene. Det fins enkle programmeringssprog som er meget raske å lære. Jeg synes det er en skam at våre sosialøkonomiske studenter ikke har et virkelig godt *obligatorisk* kursus i dette. Det er en stor urettferdighet mot de unge at vi ikke i tide har informert dem om dette verktøyet, som allerede nå er så viktig og som i fremtiden vil komme til å få ennå større betydning. Det går godt an å bli en god sosialøkonom med sans for sosialøkonomiske realiteter selvom man ikke er *helt blottet* for kjennskap til moderne tekniske hjelpemidler i analysen.

metrikeren bruker sitt alminnelige kjennskap til den *politiske atmosfære* i landet og spesielt den politiske atmosfære i det spesielle politiske parti det er tale om. Derved vil han kunne skaffe seg en foreløpig oppfatning av hvorledes preferansefunksjonen kvantitativt bør se ut.

Den *neste* fase består i at økonometrikeren på grunnlag av sin foreløpige orientering formulerer et system av *intervjuspørsmål* til politikerne. Dette systemet av intervjuspørsmål må være bygget opp på en slik måte at man av resultatene av disse intervjuene, uten at politikerne selv behøver å forstå det, kan trekke visse slutninger om den numeriske karakter av preferansefunksjonen. Det er jo velkjent at folk ikke alltid oppfører seg i en aktuell situasjon nøyaktig på den måten som de sier i et intervju at de ville oppføre seg. Allikevel tror jeg det er mye verdifull informasjon som kan komme ut av slike intervjuspørsmål, forutsatt at spørsmålene er klokt formulert i en slags *konversasjonsmaner*, og ikke er utført av en nybegynner i rundspørringsteknikk som bare ber folk om å sette kryss i en rute her eller der. Hovedinnholdet i det jeg skal si i dag vil nettopp dreie seg om måten å formulere spørsmål på. Og om måten å analysere resultatene på.

I den *tredje* fasen vil eksperten gå tilbake til sin elektroniske regnemaskin hvor han allerede på forhånd har matet inn data angående strukturen i økonomien. Til disse data vil han nå legge den kvantitative formuleringen av preferanse-funksjonen slik som han nå ser den. Derav vil det komme ut en løsning i form av en optimal utviklingsvei for økonomien og de sosiale forhold. Optimaliteten altså da definert ved preferansefunksjonen for det angjeldende politiske parti, og i den formalisering som eksperten til nå har nådd.

Når nå eksperten kommer tilbake til politikeren med løsningen, vil kanskje politikeren si: Nei dette var ikke riktig hva vi ønsket, vi må forandre disse spesielle sider ved løsningen. Og eksperten vil mer eller mindre presist forstå hva slags forandringer som er nødvendige i formuleringen av preferansefunksjonen for å kunne produsere en løsning som kommer nærmere til det som politikeren *nå* sier at han ønsker. Dette leder til en diskusjon frem og tilbake. Skritt for skritt vil man føres mot en preferansefunksjon som har den egenskap at politikerne kan si om den fremkomne løsningen: All right, dette er det jeg vil ønske.

Eller kanskje eksperten må avslutte dette arbeid med høflig å si, Deres eksellenser, jeg beklager at dere ikke kan få samtidig alle de tingene som dere insisterer på. Og eksellensene, som naturligvis er intelligente personer, vil forstå filosofien bak preferansefunksjonen og ekspertens analyse av sin modell, og vil derfor slå seg til ro med en løsning som ikke er nøyaktig det de skulle ønske, men i alle fall ligger nærmere til dette enn andre mulige former for den økonomiske og sosiale utviklingsvei.

Selv om man ikke gikk lengre enn til å formalisere et slikt preferansesystem for hvert enkelt politisk parti, ville uhyre meget være vunnet i å klarlegge den politiske diskusjon. *Hvert parti ville bli nødt til å vedkjenne seg konsekvensene av sitt standpunkt.*

Men vi burde ikke stoppe der, vi burde forsøke å finne frem til hva slags *politisk kompromiss* som kunne bli nådd i formuleringen av et *uniformisert* system av preferanser. Også her vil en iterasjon mellom politikere og eksperter finne sted.

Den øverste politiske autoritet — i et demokratisk land er det det valgte parlament, — burde bruke *det meste av sin tid og kraft* på å diskutere denne kompromissformuleringen isteden for å bruke praktisk talt all sin tid på diskusjon av spesielle økonomiske foranstaltninger som måtte være blitt foreslått. Det å diskutere *ett for ett* slike forslag og i hvert tilfelle avgjøre om forslaget skal aksepteres eller ikke, er etter mitt syn en *forhistorisk metode.*

Hvis parlamentet ville arbeide i den globale manerer som jeg har antydet med en preferansefunksjon, og de ville bruke det meste av sin tid på de viktigste tingene, på de virkelige *vitale* spørsmålene — så kunne parlamentet uten betenkelighet overlate til ekspertene en hel rekke detaljer. *Store* avgjørelser ville naturligvis til slutt bli kontrollert en for en ved parlamentavgjørelser på samme måte som nå. I resten av det jeg skal si vil jeg konsentrere meg om den annen fase, altså om intervjuteknikken. Hvis vi hadde hatt svært god tid ville jeg gjerne sagt noe om dannelsen av *indikatorer* for forskjellige karakteristika i den økonomiske situasjon. Noen av disse karakteristika kjenner vi jo fra den løpende statistikk, slik som antall beskjeftigede personer, brutto nasjonalproduktet og dens stigningstakt, den synlige handelsbalanse, osv., men i andre tilfeller f. eks. den geografiske skjevhet i inntektsfordelingen trengs dette forberedende arbeide for å få konstruert en indeks ved hvilket vi kan måle det fenomen det er tale om.

Preferansevariablene.

Preferansevariablene er de av de variable i modellen for hvilket vi ønsker å anvende en preferanseanalyse. Settet av disse variable kaller vi preferansesettet. Som synonymt med preferansevariablene kan vi snakke om de preferansielle variable.

Det er bare *spesielle* variable som vi vil inkludere i preferansesettet. Hovedprinsippet for inkluderingen av en variabel i preferansesettet er at den er en variabel som er forbundet med en etisk eller humanitær eller

sosial eller konsumsjons- eller rettferdighetsevaluering som alminnelige folk kan gjøre seg opp en mening om uten å være eksperter i økonomisk modellbygning.

Som et unntak til denne regel kan det hende at vi i noen tilfeller inkluderer i preferansesettet også en variabel, for hvis evaluering man til en viss grad trenger en eksperts kjennskap til de konsekvenser som denne variabel til ha på hele konstellasjonen av økonomien. Handelsbalansen er et eksempel på dette. Det kan hende at vi må finne oss i å inkludere en slik størrelse i preferansesettet, simpelthen i den hensikt ikke å gjøre preferanseanalysen altfor komplisert. Men idealet er *ikke* å inkludere slike variable i preferansesettet, men la deres preferansielle aspekter bli tatt hensyn til *indirekte* gjennom de virkninger som deres størrelser måtte ha på andre størrelser i økonomien. Og følgelig også på noen variable som er inkludert direkte i preferansesettet i henhold til det hovedprinsippet jeg nevnte. Bare på denne måten kan vi sikre oss en sammenlignbarhet i preferansestrukturen hos den alminnelige mann og hos eksperten. I et demokratisk samfunn er denne sammenlignbarhet meget viktig.

Spesifiserte intervaller.

For hver av de preferansielle variable vil vi spesifisere et *intervall* som den variable skal ligge i ved en bestemt intervjuanalyse. Intervallet kan være mindre eller større etter som vi ønsker å gjøre analysen detaljert eller mindre detaljert for så vidt den angjeldende preferansielle variable angår.

Den øvre og nedre skranke for et slikt preferanseintervall må naturligvis være tilstrekkelig *forskjellige* til at denne avstanden blir *perseptibel* fra synspunktet preferanser. Men differansen må heller ikke være så *stor* at den fullstendig fratar begrepet intervallskranke en realistisk mening. Et bruttonasjonalprodukt som, målt i konstante priser, er ett hundrede ganger så stort som det som har forekommet over de siste år, ville ikke ha noen mening.

I steden for å tale om den øvre og nedre skranke, vil jeg snakke om den *prefererte* og den *defererte* skranke. Deferert er det motsatte av preferert.

For den preferansielle variable x_ν kan skrankeverdiene betegnes med pref eller def som toppskrift. Det aritmetiske gjennomsnitt av den prefererte og den defererte skranken kan betegnes med sentr som toppskrift.

Kardinalitet og ordinalitet.

En *kardinal* preferanse vil si en for hvilken det er fastsatt en *numerisk skala*. Skalaen behøver ikke være *helt* bestemt, men i alle fall må den være bestemt på en slik måte at man kan angi den transformasjon som fører fra den ene til den andre skala. Slik som f. eks. ved overgangen fra et system med Celsiusgrader til et system med Fahrenheitgrader på termometeret.

En *ordinal* preferanse derimot vil si en perferansestruktur der det bare er *rekkefølgen* mellom de forskjellige valgobjektene som er definert.

Hvis formålet med analysen bare var å definere en optimal økonomisk politikk, er det i prinsippet tilstrekkelig at vi har en nytteindikator av den ordinale type. Men hvis vi reiser det videre spørsmål om å uttrykke hvor meget et bestemt sett av verdier av de perferansielle variable *avviker* fra eller *ligger nær* ved et optimumspunkt, trenger vi en valgindiktator av den kardinale type. Dette er helt avgjørende ut fra synspunktet nøyaktighet og realistisk utsagnskraft. I alt det følgende vil jeg derfor forutsette at vi tilslutt kan nå frem til en kardinal type av preferansefunksjonen.

Transitivitet.

Sett at valgstrukturen er slik at i alle *de* tilfeller der to forskjellige sett av størrelser på de preferansielle variable er gitt — der er det *mulig* å avgjøre om det første sett er preferert for, deferert for eller indifferent med det siste. Da sier vi at valgstruktureu har *determinerthets* egenskap.

Hvis vi forutsetter dette, kan vi videre spørre om preferansestrukturen har en egenskap som vi kan kalle *transitivitets*egenskapen. Sett at vi har *tre* forskjellige konstellasjoner av verdisett av de forskjellige preferansevariable. La disse verdisettene betegnes A, B og C. Hvis A har en viss preferanserelasjon til B, f. eks. relasjon «preferert for», og hvis B har den *samme* preferanserelasjon til C, vil det da alltid være slik at A har den *samme* preferanserelasjon til C? Hvis dette er tilfelle sier vi at valgstrukturen er *transitiv*. Hvis valgstrukturen er transitiv vil det alltid være mulig å fastlegge en ordinal preferansefunksjon.

Den matematiske form av preferansefuksjonen.

Forutsetningene om preferansefunksjonens matematiske form spiller nesten ingen rolle, for selve intervjuteknikken. Dette er viktig. Intervjuteknikken gjelder *uansett* hvor generelle forutsetninger vi gjør om perferansefunksjonens matematiske form forutsatt bare at strukturen er determinert. Først når det blir spørsmål om å analysere *resultatet* av intervjuingen, må vi presisere de forutsetninger vi vil gjøre om preferansefunksjonens matematiske form.

Helt generelt vil preferansefunksjonen være en foreløpig ubestemt funksjon av de preferansielle variable. Vi skriver den $P(x_1, x_2, \ldots)$. De partielle deriverte av denne funksjon kaller vi *preferansekoeffisientene*. Vi betegner dem $P_\nu (\nu = 1, 2, \ldots, n)$.

I produksjonsteorien snakker man om skalalikningen, også kalt passuslikningen. Den gjelder ikke bare for en produksjonsfunksjon, men generelt for en hvilken som helst funksjon med kontinuerlige partielle deriverte. I tilfelle med preferansefunksjonen kan vi skrive denne ligningen

$$(1) \qquad \Sigma_\nu P_\nu \cdot x_\nu = s \cdot P(x_1, x_2 \ldots)$$

På venstre side her står produktsummen av preferansekoeffisientene og størrelsene av de variable. På høyre side står en koeffisient s («skalakoeffisienten») gange preferansefunksjonen selv. Denne skalakoeffisienten eller passus-koeffisienten kan være en funksjon av samtlige variable.

I de tilfeller da produktet $s \cdot P$ varierer på samme måte som P selv (f. eks. i det tilfelle da s erkonstant) kan vi ta venstre side av (1) som vår preferanseindikator istedenfor P selv.

Venstre side av (1) er en særdeles bekvem form, og den har også den tiltalende egenskap at den gir en intuitiv tolking av preferansebegrepet, nemlig som produktsummen av hver enkelt variabel — dens størrelse — med denne variables preferansekoeffisient. Det er særlig denne produktsumformen og de forskjellige spesifiikasjoner av denne formen jeg kommer til å beskjeftige meg med.

Den *polynome* formen er

$$(2) \qquad P_\nu = \Sigma_\mu P_\nu^\mu \cdot x_\nu^\mu$$

der μ gjennomøper tallene $0, 1, 2 \ldots$ osv. P_ν^μ er *konstanter* og x_ν^μ er den variable x_ν opphøyet i μ-te potens.

I (2) er preferansekoeffisienten P_ν et polynom i den variable x_ν.

I det spesielle tilfellet da preferansekoeffisienten P_μ er *konstant* vil dette polynomet bare inneholde et eneste ledd, nemlig konstantleddet P_ν^0.

Dette er jo — for regningens skyld — et særdeles hyggelig tilfelle. Men det er ikke realistisk uten i tilfellet med små variasjoner.

Senere skal jeg komme tilbake til en del andre spesielle forutsetninger om preferansefunksjonens matetmatiske form.

Preferansejamføringer.

La oss se på et *par* av preferansevariable. F. eks. paret (x_α, x_β) der α og β er numrene på de to preferansevariable i paret. For korthets skyld kan vi si: Paret $(\alpha\beta)$.

En *pakke* i dette paret $(\alpha\beta)$ vil si en bestemt størrelse av x_α og en bestemt størrelse av x_β.

Et *intervjuspørsmål* vil si en jamføring mellom to forskjellige pakker. De to pakkene kan vi betegne «pakken til venstre» og «pakken til høyre». Et intervjuspørsmål vil altså inneholde fire størrelser, nemlig x_α^{left}, x_β^{left}, x_α^{right}, x_β^{right}.

Et intervjuspørsmål angår altså to pakker. Og spørsmålet vil lyde: Foretrekker du pakken til venstre eller pakken til høyre, eller er de to pakkene indifferent for deg?

For hvert par $(\alpha\beta)$ vil det bli formulert en serie slike spørsmål. Og spørsmålene blir formulert etter et spesielt system. Men i hvert spørsmål er den *eneste opplysning* fra den intervjuede person som vi vil bruke, svaret i formen: venstre eller høyre eller indifferent. Jeg minner igjen om at selve denne spørsmålsstillingen ikke impliserer noen spesifikke forutsetninger om en spesiell form for preferansestrukturen, bortsett fra forutsetningen om determinerthet.

Forutsetninger som må forklares.

Under en slik intervjusamtale er det visse forutsetninger som må bli tydelig forklart for den intervjuede person.

Det må inntrengende bli forklart at alle spørsmålene er å oppfatte under det jeg vil kalle «julenisseforutsetningen». Det betyr følgende: Spørsmålet gjelder bare hva den intervjuede ville velge *hvis han hadde et fritt valg mellom pakken til venstre og pakken til høyre.* Spørsmålet om hvorledes disse pakkene skulle komme i stand, altså implementeringsspørsmålet blir i det hele tatt ikke reist. Spesielt må det forklares at den intervjuede person må forsøke å fri seg fra enhver tanke på hva slags totaløkonomisk politikk man ville trenge for å kunne frembringe de to konstellasjonene som de to pakkene representerer. Slike tanker ville lede politikeren inn i et uhyre komplisert resonnement som ville trekke med seg hele strukturen i den underliggende modellen. Dette ville føre intervjuet fullstendig ut på jordet uten at man kom til et presist resultat. Dette er meningen med at hele samtalen må foregå under «julenisseforutsetningen».

Øremerkingsprinsippet er en annen forutsetning. Det må forklares at hvis politikeren velger en av pakkene, vil han ikke ha anledning til *etterpå* å omarrangere de andre variable i hele modellen på en eller annen spesiell måte som han kanskje kunne like. Han vil altså ikke ha tillatelse til å «bytte i markedet» denne pakken som han har fått.

Endelig kan nevnes, at hvis den intervjuede person føler behov for å få *spesifisert hvilke størrelser* de *andre* variable, altså variablene utenom (x_α, x_β) skal forutsettes å ha, så kan man spesifisere det ved å si at de skal ha en *sentral* verdi. Altså for preferensielle variable,

det aritmetiske gjennomsnitt mellom de to intervallgrensene, og for andre, ikke preferansielle, variable størrelser som er velkjente i den siste tids historie.

Hvis en av de variable som forekommer i et pakkespørsmål (α, β), er et *aggregat* av andre mer spesielt oppsplittede variable som den intervjuede kommer til å tenke på, så er forutsetningen at disse oppsplittede variable kan han i sin tanke ordne akkurat på den måten som han ønsker, dog hele tiden således at *aggregatet* svarer til den størrelse som er spesifisert i pakkespørsmålet.

Et løp av pakkespørsmål.

I tab. (3) er det to grupper av kolonner «package to the left» og «package to the right». Og det er en markeringskolonne til venstre og en til høyre.

I det første spørsmålet, altså det som er illustrert på første linje i tab. (3), er de to ytre størrelsene, altså helt til venstre og helt til høyre, innført som de *prefererte* intervallgrenser. De to midtre størrelser er de *defererte* intervallgrenser. Og disse er plassert slik at den prefererte skranke for den ene variable er pakket sammen med den defererte skranke for den annen variable.

I dette første spørsmålet kan det tenkes at valget faller enten til venstre eller til høyre (eller som unntakstilfelle er indifferent). I tab. (3) er forutsatt at valget på første linje faller til venstre. Det er markert ved at det er satt en huk i markeringskolonnen helt til venstre.

I resten av løpet vil vi ordne oss slik at det bare er *en* variabel som hele tiden endres, mens alle de tre andre variable blir uforandret. Det har vist seg at det er en hensiktsmessig ordning.

Alt etter den side som valget faller til på første linje, velger vi den variable som skal endres. La oss først se på den endring som skal gjøres når vi går over til annen linje. Det kan her tenkes to alternative regler i det tilfelle da valget på første linje falt til venstre — som i tab. (3).

Question No.	Package to the left			Package to the right		
	Mark	x_α^{left}	x_β^{left}	x_α^{right}	x_β^{right}	Mark
1	V	x_α^{pref}	x_β^{def}	x_α^{def}	x_β^{pref}	
2		x_α^{def}	x_β^{def}	x_α^{def}	x_β^{pref}	V
3		$x_\alpha^{pref}+x_\alpha^{def}/2$	x_β^{def}	x_α^{def}	x_β^{pref}	
etc.						

Alt I

Tabell 3.

Alt II 10 annen linje x_α^{pref} x_β^{def} x_α^{pref} x_β^{pref}

Alt. I: Hvis valget på første linje faller til venstre, skal første linjes størrelse x_α^{pref} (i package to the left) erstattes med x_α^{def}, mens alle de tre andre størrelser forblir uforandret. Det gir annen linje.

Alt. II: Hvis valget på første linje faller til venstre, skal første linjes størrelse x_α^{def} (i package to the right) erstattes med x_α^{pref}, mens alle de tre andre størrelser blir uforandret. Det gir annen linje.

Ved Alt. I vil resten av løpet komme til å ligge nærmest den defererte enden av x_α-skalaen, men ved Alt. II vil det komme til å ligge nærmest den prefererte enden av x_α-skalaen. Av grunner som vil være umiddelbart innlysende av det følgende kan vi i det tilfelle da valget på første linje falt til venstre *ikke* bruke den regel at første linjes størrelse x_β^{pref} (i package to the right) endres til x_β^{def} eller den regel at første linjes størrelse x_β^{def} (i package to the left) endres til x_β^{pref}. Disse to muligheter blir bare aktuelle hvis valget på første linje faller til høyre. I det følgende forutsetter vi at valget på første linje falt til venstre slik som angitt i tab. (3). Hvilken av de to alternativer for overgangen til annen linje vi da skal bruke avhenger av om vi er mest interessert i å klarlegge situasjonen i den defererte eller i den prefererte enden av x_α-skalaen. I det følgende forutsettes at vi bruker Alt. I.

Uansett om vi velger Alt. I eller Alt. II er det klart at prinsipiellt er det *unødvendig* å stille spørsmålet på annen linje. Det er jo nemlig helt åpenbart at på denne andre linjen kommer valget til å måtte falle til høyre. Når vi stiller opp spørsmålet på annen linje er det av systematiske grunner for å få en situasjon hvor vi har en huk på venstre side (for det første spørsmålet) og en huk på høyre side (for det andre spørsmålet).

Hva skal så videre skje? Vi setter nå inn for den variable som skal endres *det aritmetiske gjennomsnitt* mellom de to størrelser vi hadde før i denne kolonnen. Hvis vi bruker regelen om det aritmetiske gjennomsnitt også i de *andre* kolonnene, følger det av seg selv at disse andre størrelsene kommer til å bli uforandret.

Så snart et spørsmål er blitt besvart (etter spørsmål nr. 2) vil situasjonen alltid ha følgende egenskap: I den rekke av spørsmål som nå er besvart, vil det finnes minst et spørsmål hvor svaret falt til den motsatte side av den til hvilken det falt i det *siste* spørsmålet. Den generelle regel for formuleringen av det nye spørsmålet benytter seg av dette på følgende måte: Når det siste spørsmålet er besvart, se da *bakover* i tabellen. Undersøk hvert av de tidligere besvarte spørsmålene. Slå ned på den første linjen (første når vi går bakover) hvor vi finner at valget falt til den *motsatte* side av den — hvortil det falt i det sist besvarte spørsmålet. Kall denne linjen *motsetningslinjen*. I

hver av de 4 kolonnene tar vi så simpelthen det aritmetiske gjennomsnitt av den størrelse som forekom i det sist besvarte spørsmålet, og den størrelsen som — i den samme kolonnen — forekom på motsetningslinjen. Dette vil gi det nye spørsmålet.

Med denne anordningen er det klart at det stadig blir bare *en* bestemt av de variable som blir forandret — sånn som vi har forutsatt. Og dernest er det klart at *hele tiden* kommer alle de variable til å ligge innenfor det intervjuintervallet som vi har foreskrevet.

På denne måten kan vi fortsette løpet inntil en av to ting skjer: Enten sier den intervjuede person at de to pakkene er indifferente, eller så kan intervjueren trekke den konklusjon at det ikke har noen hensikt å fortsette løpet av spørsmål, fordi den *observerte forandringen* i det variable element fra det ene spørsmål til det neste, blir så liten at intervjueren simpelthen kan akseptere som indifferente de 4 størrelser som ville bli oppnådd ved en ny anvendelse av den generelle regel. Skulle han ikke være helt sikker på det, kan han bare formulere spørsmålet en gang, eller kanskje et par ganger til.

Den rekkefølgen av spørsmål som her er beskrevet har i praksis vist seg å føre til *en meget rask konvergens*. Og det er interessant å legge merke til hvorledes konvergensen manifesterer seg ved den *tid* det tar for å få det nye spørsmålet besvart. Denne tiden vil øke fra det ene spørsmålet til det neste. Det er et tegn på at den intervjuede person trenger en stadig mer omhyggelig avveining før han kan nå frem til sitt svar. Ved å bemerke denne tiden ved hvert spørsmål kan intervjueren allerede på et temmelig tidlig tidspunkt gjette nokså nøyaktig *hvor indifferenspunktet til slutt kommer til å ligge.*

Siden vi ikke på forhånd vet det nøyaktige antall av spørsmål som trengs i et bestemt løp av pakkespørsmål, og siden det er hensiktsmessig å ha skjemaene i mest mulig konsentrert form vil vi i praksis ikke bruke nøyaktig det skjema som er illustrert i tab. (3), men et skjema der det er plass til flere par på hvert blad. Jfr. tab. (12).

Tolkingen av intervjuresultatet.

Når vi er kommet til indifferenspunktet, hvorledes skal vi så tolke de fire størrelsene som nå forekommer? Da — og først da — kommer vil til å måtte falle tilbake på visse spesifikke forutsetninger om preferansefunksjonens matematiske form.

Det aller enkleste tilfelle er naturligvis det da vi kan forutsette at preferansekoeffisientene er konstante. I dette tilfellet kan vi uten videre trekke den slutning at forholdstallet mellom preferansekoeffisientene for de to variable i paret må ha følgende størrelse.

$$\frac{P_\alpha^O}{P_\beta^O} = \frac{x_\beta^{ir} - x_\beta^{il}}{x_\alpha^{il} - x_\alpha^{ir}} \tag{4}$$

der *ir* og *il* betegner h.h.v. «indifference right» og «indifference left».

Hvis vi ikke går så langt som til å forutsette konstante preferansekoeffisienter, men antar at disse koeffisienter er *lineære* i størrelsen av vedkommende variable, vil indifferenslikningen bli

$$[P_\alpha^O + P_\alpha^I x_\alpha^{il}] \cdot x_\alpha^{il} + [P_\beta^O + P_\beta^I x_\beta^{il}] \cdot x_\beta^{il} = [P_\alpha^O + P_\alpha^I x_\alpha^{ir}] \cdot x_\alpha^{ir} + [P_\beta^O + P_\beta^I x_\beta^{ir}] \cdot x_\beta^{ir} \tag{5}$$

Denne likningen inneholder fire foreløpig ukjente konstanter. Da vi bare er interessert i det *relative forhold* mellom preferensekoeffisientene, og likningen (5) er homogen i de fire konstante, kan vi dividere med en av dem — f. eks. P_β^O — og får altså i realiteten tre foreløpig ukjente forholdstall.

Dette er situasjonen når vi har gjort *ett* (α, β)-løp. Hvis vi nå gjør et *annet* (α, β)-løp med *andre* intervallgrenser, og et *tredje* (α, β)-løp med atter andre intervallgrenser, vil vi kunne få den tilstrekkelige informasjon til å bestemme de tre søkte forholdstall. (Tre lineære løsninger med tre ukjente). Som et eksempel på et utvalg av intervallgrensekombinasjoner se tab. (11).

En mulighet til å øke informasjonsmengden har vi også deri at vi kan bruke både Alt. I og Alt. II ved overgangen fra første til annen linje i tab. (3). Derved sparer vi noe på bruken av forskjellige intervallgrenser.

Forutsetter vi at preferansekoeffisientene er *kvadratiske* størrelser av vedkommende variable, vil vi få ialt 6 konstante, som reduserer seg til 5 forholdstall ved divisjon med en av konstantene — f. eks. P_β^O —. Her trenger vi altså 5 forskjellige $(\alpha\beta)$ intervallgrensekombinasjoner.

Vi kunne også innføre en forutsetning om *interdependens* mellom preferansekoeffisientene innenfor paret (α, β). F. eks. anta at P_α er lineær i x_α og dessuten inneholder et ledd som avhenger lineært av x_β. Og tilsvarende for P_β. Det gir 6 konstanter, altså pånytt en situasjon som krever 5 forskjellige $(\alpha\beta)$ intervallgrensekombinasjoner.

Ved å bruke et større antall av $(\alpha\beta)$ intervallgrensekombinasjoner kan vi behandle mer kompliserte tilfeller. F. eks. former av interdependense der også visse preferansielle variable utenom settet $(\alpha\beta)$ er involvert.

Triangulære relasjoner.

Under slike typer av forutsetninger som vi har drøftet her er det (heldigvis) ikke nødvendig å undersøke alle mulige par av variable for at vi skal kunne danne oss et fullstendig bilde av hele preferanse-

strukturen. Det kommer av at under de spesifiserte forutsetningene eksisterer det en rekke *triangulære relasjoner* som vi kan benytte oss av.

Sett f. eks. at det under forutsetning av lineære preferansekoeffisienter, er gjort et intervjuløp i paret $(\alpha\beta)$ og et i paret $(\beta\gamma)$. Da har vi funnet følgende 6 forholdstall.

$$\frac{P_\alpha^0}{P_\beta^0}, \frac{P_\alpha^I}{P_\beta^0}, \frac{P_\beta^I}{P_\beta^0} \tag{6}$$

$$\frac{P_\beta^0}{P_\gamma^0}, \frac{P_\beta^I}{P_\gamma^0}, \frac{P_\gamma^I}{P_\gamma^0} \tag{7}$$

Hvis vi skulle foretatt en *direkte* jamføring i settet $(\alpha\lambda)$, ville det betydd at vi søkte å bestemme følgende 3 forholdstall

$$\frac{P_\alpha^0}{P_\gamma^0}, \frac{P_\alpha^I}{P_\gamma^0}, \frac{P_\gamma^I}{P_\gamma^0} \tag{8}$$

Det siste av de tre tallene i (8) kjenner vi imidlertid fra før. Jfr. (7). Og for de to første av tallene i (8) har vi

$$\frac{P_\alpha^0}{P_\gamma^0} = \frac{P_\alpha^0}{P_\beta^0} \cdot \frac{P_\beta^0}{P_\gamma^0} \text{ og } \frac{P_\alpha^I}{P_\gamma^0} = \frac{P_\alpha^I}{P_\beta^0} \cdot \frac{P_\beta^0}{P_\gamma^0} \tag{9}$$

Høyresidene i (8) er også kjent fra før. Jfr. (6) og (7).

Altså: Hvis våre forutsetninger om lineære preferansekoeffisienter er oppfylt, og hvis vi allerede har utført $(\alpha\beta)$ og $(\beta\gamma)$ jamføringene, er det unødvendig å utføre $(\alpha\gamma)$ jamføringen ved et direkte intervjuløp. Resultatet av $(\alpha\gamma)$ jamføringen kan uten videre skrives ned på grunnlag av resultatet av de to første jamføringene. Dette er et eksempel på triangulær-relasjoner. Ved dem kan mye intervjuarbeid spares. Eller vi kan få frem viktige *kontrollberegninger*.

Et *minimumsett* av par for visse variable vil si et sett av par som er *minst mulig i antall* og som har den egenskap at hvis resultatet av de direkte jamføringer innenfor hvert av disse par er kjent, så kan vi herav *utlede* jamføringen innenfor et *hvilket som helst* annet par innenfor disse variable, uten å foreta noe intervjuløp i dette annet par. Ta f. eks. de fire preferansevariable x_1, x_2, x_3, x_4. I dette tilfellet er (12), (13), (14) et minimumsett av par. Et annet minimumsett er her (12), (23), (34). Hvis man undersøker saken nærmere vil man finne at i de nevnte fire variable er det ikke mindre enn 16 forskjellige minimumssett, hvert sett bestående av 3 par.

Som et kuriosum kan jeg nevne at i n preferansielle variable $x_1, x_2, \ldots x_n$ vil antallet av forskjellige minimumsett være[5])

(10) $N = n^{n-2}$ (altså n opphøyet til potensen $n-2$).

Eksempel: For $n = 4$ gir (10) $4^2 = 16$ forskjellige minimumssett.

[5]) Jeg har bevist (10) for $n = 2, 3, 4, 5$, men ikke for en generell n.

Et konkret eksempel fra norsk økonomi.

Det generelle opplegget til denne undersøkelsen er beskrevet i det utdelte stensilerte hvorav jeg siterer:

A high ranking civil servant in the Norwegian Ministry of Finance has kindly consented to answer interview questions on preferences regarding the development of the Norwegian economy *in the next year*. The construction of the set of runs, and the answers given would, of course have been different if one had considered the development of the economy over a longer range of years. Also this longer perspective could have been interview analyzed.

Traits of the economy that would come in as preferential traits in the next year analysis were listed as follows by the interviewed person: 1. The number of unemployed (the average for next year). 2. The annual growth rate of the GNP (gross national product) from this year to the next. 3. Next years skewness in the net real income pr. head in the form of wages and salaries and incomes of small private entrepreneurs. The index was conceived as regional. 4. The relative change in the consumption price index from this year to the next. 5. Next years visible trade balance. 6. Next years distribution of GNP among professions. 7. Next years distribution of GNP among age groups. 8. An index of next years distribution of the use of land areas. 9. Next years geographical population pattern. 10. Undesirable effects of the disposal of waste. 11. Next years Government expenditure for health services. 12. Next years Government expenditure for education. 13. Next years Government expenditure for research. 14. An index for next years standard of housing. (Food and clothing were assumed to have already reached a standard in Norway that makes it of little interest to take account of it in the next years preference analysis). 15. Next years net flow of resources to developing countries. 16. An index of next years maldistribution of traffic (roads vs. railways, watertransport etc.). 17. Next years total national expenditure for the preservation of nature.

In a first approach the variables 1—5 were selected for interviewing. The ranges chosen are indicated in tab. (11).

Tab. (11).

Description	Variable	Most preferred bound	Most deferred bound
Number of unemployed	x_1	10 thousand	23 thousand
Growth rate of GNP	x_2	+6 per cent	+2 per cent
Regional skewness of income	x_3	0 per cent	+40 per cent
Consumption price change.....	x_4	+2 per cent	+7 per cent
Visible trade balance	x_5	—3 milliards N.kr.	—11 milliards N.kr.

The runs (12), (23), (13), (24), (25) were made, assuming *provisionally* constant preference coefficients. As soon as time permits other runs in the complete set of the 17 preferential traits will be made on the assumption (5). Tab. (12) is a complete record of the runs made so far. In tab. (12) is also indicated the magnitude of $P_{\alpha\beta} = P_\alpha{}^0/P_\beta{}^0$ as it emerged in the indifference points.

The figures in tab. (12) tell their own and very interesting story.

Take for instance the run (25). It shows that the interviewed person *is here very much concerned about the visible trade balance.* It shows that he would be willing to sacrifice *a whole percent* of the GNP growth rate in order to obtain *as little as* **125** *millions N.kr.* improvement in the visible trade balance. And this is not an accidental mistake in the answer at the indifference point, but it is fully consistent with alle the answers to the previous questions.

Det er her nevnt at den intervjuede person er en høy embetsmann i Det norske Finansdepartement. Det er en dyp hemmelighet hvem denne person er, men de som kjenner det varme vennskap mellom

finansråd Eivind Erichsen og meg, kan jo selv privat foreta en gjetning.

Forklaringen til løpet (25) er ganske enkelt at resultatet her i høy grad avhenger av det *spesielle intervju-intervall* som ble valgt for den synlige handelsbalanse. Dette intervallet var så stort at den defererte skranken var hele — 11 milliarder kroner, og indifferensnivået ble bestemt ved et spørsmål hvor denne defererte skranke inngikk. For en som er ansatt i Finansdepartementet vil det si at i indifferenspunktet her er det blitt tent et rødt lys for den synlige handelsbalansen. Følgelig vil den marginale preferansekoeffisient m.h.t. en øking i den synlige handelsbalansen bli meget høy. Det som trengs i dette tilfellet er en nærmere analyse under forutsetningen (5).

Et annet interessant resultat er at i de første tre intervjuløpene, altså (12), (23), (13) har vi fått en mulighet til å bruke en triangeltest. Jamføringen (13) indikrer at forholdstallet mellom preferansekoeffisientene på de variable nr. 1 og 3 er + 0,675. Ifølge triangeltesten skal dette tallet være lik produktet av — 0,1153 og — 6,25. Med regnestavs nøyaktighet blir det + 0,721, hvilket ikke er så helt dårlig jamført med + 0,675 som ville vært den ideelle oppfyllelse av triangeltesten. I betraktning av den omstendighet at det her var såvidt få spørsmål som ble brukt, stemmer triangeltesten gansk bra.

Alt i alt er naturligvis det resultatet som er gitt i tab. (12) bare en aller første begynnelse. Det som trengs er å gjenta dette under mer generelle forutsetninger.

*

En del andre arbeider som behandler dette tema på en mer fullstendig måte er:

(1) Et background paper er under utgivelse av Sveriges Industriförbund, Stockholm (ca. 50 sider). Sidekorrektur foreligger.

(2) Et foredrag som vil bli holdt 30. juni i år i «Tagung der Nobelpreisträger in Lindau 1971».

(3) En del bemerkninger av mer prinsipiell karakter finnes også i min artikkel i «Les Prix Nobel en 1969».

Tab. (12). Concrete interview runs with a high ranking civil servant in the Norwegian Ministry of Finance. Interviewer: RF Date: 21 October 1970

Run	Quest. No.	Mark	x^{left}_{α}	x^{left}_{β}		x^{right}_{α}	x^{right}_{β}	Mark	$P_{\alpha\beta}$ (slide rule accuracy)
	1		10	2		23	6		
	2	v	10	2		23	2	v	
(12)	3		10	2		23	4		
	4	v	10	2		23	3	v	
	5		10	2	ind.	23	3½		—0.1153
	1		6	40		2	0	v	
	2	v	6	40		2	40		
(23)	3	v	6	40		2	20		
	4		6	40		2	10	v	
	5		6	40	ind.	2	15		— 6.25
	1		10	40		23	0	v	
	2	v	10	40		23	40		
	3		10	40		23	20	v	
(13)	4		10	40		23	30	v	
	5	v	10	40		23	35		
	6	v	10	40		23	32½		
	7		10	40	ind.	23	31¼		+ 0.675
	1	v	6	7		2	2		
	2		2	7		2	2	v	
(24)	3		4	7		2	2	v	
	4	v	5	7		2	2		
	5		4½	7	ind.	2	2		—0.500
	1		6	—11		2	—3	v	
	2	v	6	—11		2	—11		
(25)	3		6	—11		2	—7	v	
	4		6	—11		2	—9	v	
	5		6	—11		2	—10	v	
	6		6	—11	ind.	2	—10½		+ 0.125

Sosialøkonomer

søkes til interessante arbeidsoppgaver i samband med opplegg, bearbeiding og analyse av statistikk. Det mest moderne EDB-utstyr nyttes i arbeidet, og søkere som har kjennskap til EDB, bes opplyse om dette.
Gode arbeidsforhold i et inspirerende miljø.
Lønn som konsulent I, konsulent II, førstesekretær eller sekretær etter kvalifikasjoner. Begynnerlønnen for nevnte stillinger er henholdsvis kr. 48 650, kr. 40 560, kr. 36 860 og kr. 35 160 pr. år. For sekretærer med exam. oecon.-eksamen er begynnerlønnen kr. 28 850 pr. år. Lønnsatsene er for tiden under regulering.
Pensjonsordning med 2 prosents pensjonsinnskudd.
De som tilsettes, må levere tilfredsstillende helseattest.
Nærmere opplysninger fås ved henvendelse til direktør Petter Jakob Bjerve, tlf. 41 38 20 eller 41 36 60, linje 601.

Skriftlig søknad med bekreftede avskrifter av eksamensvitnemål og attester sendes snarest mulig og senest 19. juni d.å. til

STATISTISK SENTRALBYRÅ
Dronningensgt. 16, Oslo—Dep., Oslo 1.

Konsulent

Ved A/S Vinmonopolets statistiske avdeling er stilling ledig for yngre sosial- eller siviløkonom.

Vedkommende skal ta del i utarbeidelsen av statistiske og økonomiske utredninger og kan regne med interessante og utviklende arbeidsoppgaver.

Praksis er en fordel.

Lønn etter kvalifikasjoner.

Søknader bilagt avskrifter av eksamensvitnesbyrd og attester sendes snarest til

A/S VINMONOPOLET
Postboks 6675 Rodeløkka,
Oslo 5.

Enkle prinsipper for beslutning under usikkerhet i teorien for produsentens tilpasning

Summarisk referat fra professor Aigner's gjesteforelesning 24. mars 1971, Universitetet i Oslo.

AV
LEKTOR CAND. OECON. ANDERS DEDEKAM JR.
MØRE DISTRIKTSHØGSKOLE

1. Safety first prinsippet.

Vi betrakter en enkel produsent som produserer et eller flere produkter og hvor vi antar profittfunksjonen kan skrives som

$$\pi = \pi(x)$$

hvor π er profitten og x er en vektor av kontrollvariable (f. eks. outputs)

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

$\pi(x)$ er en stokastisk variabel. Sett nå at

$$\pi(x) \approx N(u(x), \sigma^2(x))$$

dvs. at profitten er tilnærmet normalfordelt med forventning $\mu = \mu(x)$ og varians $\sigma^2 = \sigma^2(x)$. Safety First prinsippet går ut på å maksimere sannsynligheten for at profitten skal bli større enn en på forhånd fastsatt nedre grense d', profittens kritiske grense (disaster level of profit). (Variable som er fastsatt *før* optimaliseringen er merket med '.) Med andre ord

$$\max(1 - \alpha) = Pr(\pi > d')$$

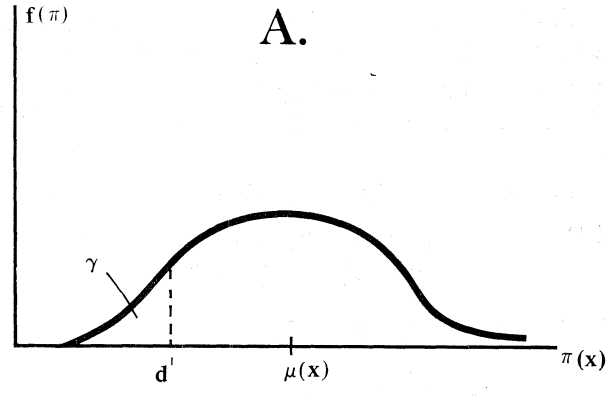
hvor α er sannsynligheten for at π skal være lik eller mindre enn d'.

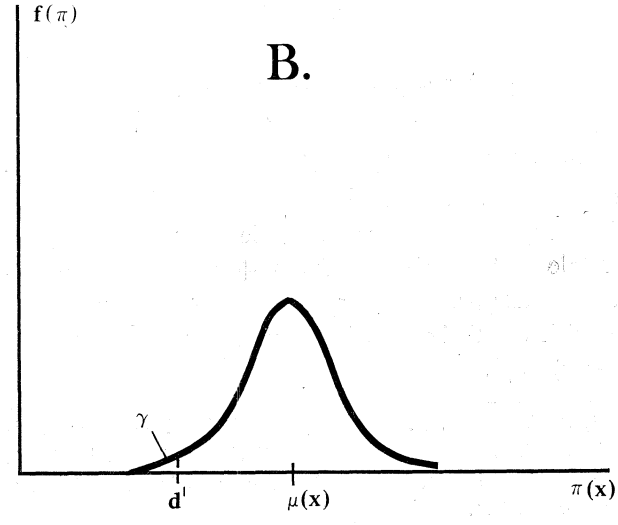
Grafisk eksempel:

Må vi velge mellom situasjon A og situasjon B vist i figuren velger vi B. Det gir nemlig størst $(1 - \alpha)$, dvs. størst «Safety First».

Men vi kjenner vanligvis ikke sannsynlighetsfordelingen for $\pi, f(\pi)$.

Vi kan da benytte Tsjebysjeffs ulikhet som sier noe om sannsynlighetsfordelingen bare på grunnlag av for-





ventning og varians. Tsjebysjeffs ulikhet lyder[1]): La X være en stokastisk variabel med forventning $E(X)$ og varians σ_x^2 og la q være en positiv konstant. Da er

$$Pr(|X - E(X)| \geq q\sigma_x) \leq \frac{1}{q^2}$$

Vi kan med andre ord angi den *øvre* skranke for sannsynligheten for at X skal avvike fra sin forventningsverdi med q ganger standardavviket eller mer. Ulikheten brukt i vårt eksempel gir, idet vi setter $q = \varepsilon/\sigma$

$$Pr(|\pi - \mu| \geq \varepsilon) \leq \sigma^2/\varepsilon^2$$

Setter vi så

$$\varepsilon = \mu(x) - d'$$

får vi

$$Pr(|\pi - \mu| \geq \mu - d') \leq \sigma^2/(\mu - d')^2$$

eller

$$Pr([\pi - \mu \geq \mu - d'] \text{ eller } [-\pi + \mu \leq \mu - d']) \leq \sigma^2/(\mu - d')^2$$

Vi er bare interessert i å se på de tilfeller hvor forventet profitt er større enn den kritiske grense, dvs. $\mu - d' > 0$. Da vil første parentesen i uttrykket ovenfor innebære at $\pi > \mu$ ($\pi - \mu \geq \mu - d' > 0 \Rightarrow \pi > \mu$) og tilsvarende innebærer andre parentesen at $\pi < \mu$. Vi kan nøye oss med å se på sannsynligheten for den minste π-verdi (Safety First). Vi får da

$$(1.1) \qquad Pr(-\pi + \mu \geq \mu - d') = Pr(\pi \leqq d') \leqq \sigma^2/(\mu - d')^2$$

Safety First prinsippet sier da:

$$\min_x \frac{\sigma^2(x)}{(\mu(x) - d')^2} \Rightarrow \max_x \frac{(\mu(x) - d')^2}{\sigma^2(x)}$$

og under forutsetning $\mu - d' > 0$ kan vi ta roten av dette uttrykket og får da:

$$(1.2) \qquad \max_x \left[\frac{\mu(x) - d'}{\sigma(x)} = k \right]$$

2. Safety First anvendt i teorien for produsentenes tilpasning.

For enkelhets skyld ser vi på en produsent som produserer en vare. Produktmengden er x. Produsentens faste kostnader er h og de variable kostnader er $c(x) = c$. Totale kostnader er da $TC = c + h$. Prisen produsenten oppnår pr. enhet av varen oppfattes som en stokastisk variabel p med forventning $Ep = \bar{p}$ og varians $\text{var}(p) = \gamma^2$.

[1]) Se f. eks. H. T. Amundsen «Innføring i teoretisk statistikk», Bind. I, memorandum fra Sosialøkonomisk institutt, Universitetet i Oslo, 24. sept. 1959, hvor beviset for ulikheten er gjennomført.

2a. *Frikonkurransetilfellet.*

Først ser vi på tilpasningen i et marked med fullfullstendig fri konkurranse. Produsentens bruttoprofitt (operating profit) er da:

$$\pi(x) = px - c(x)$$

med forventning

$$\mu(x) = \bar{p}x - c(x)$$

og spredning

$$\sigma(x) = \gamma x$$

Den kritiske grense for bruttoprofitten settes konvensjonelt lik de faste kostnader, dvs. $d' = h$. Safety First prinsippet går nå ut på

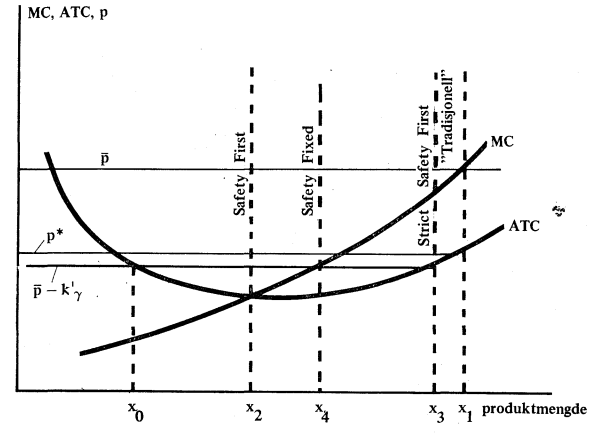
$$\max_x \left[\frac{\bar{p}x - c - h}{\gamma x} \right]$$

som omskrevet gir

$$\max_x \left[\frac{\bar{p} - \frac{c + h}{x}}{\gamma} \right] = \max_x \left[\frac{p - ATC}{\gamma} \right]$$

hvor $ATC = (c + h)/x$ er gjennomsnittlig totalkostnader (Average Total Cost).

Den tradisjonelle frikonkurranseløsning ved profittmaksimering og full sikkerhet, går ut på å tilpasse produktmengden slik at pris blir lik grensekostnad MC (Marginal Cost). Vanligvis forutsettes det at produsenten er en prisfast kvantumstilpasser, dvs. at han tar prisen som en gitt størrelse. Det er rimelig å anta at denne «gitte» pris er lik forventningsverdien i det stokastiske tilfelle. De to tilfellene er fremstilt i figur 1.



Figur 1.

Den tradisjonelle frikonkurranseløsning er i punktet $x = x_1$. Her er nemlig $\bar{p} = MC$. Safety First løsningen er i det punkt hvor $\bar{p} - ATC$ er størst, dvs. i minimumspunktet for ATC-kurven, altså når produktmengden $x = x_2$.

2b. *Monopoltilfellet.*

Vi antar at produsenten kjenner til den efterspørselskurve som er rettet mot ham og at produsenten er en elastisitetspåvirket kvantumstilpasser. Prisen er med andre ord en funksjon av den produktmengde produsenten velger å produsere (lik tilbudt mengde), dvs.

$$p = p(x)$$

med forventning

$$Ep(x) = D(x)$$

og standardavvik γ (altså som før uavhengig av produktmengden). Vi har da bruttoprofitten

$$\pi = p(x) \cdot x - c(x)$$

med forventning

$$E\pi = \mu(x) = D(x) \cdot x - c(x) = Dx - c$$

og spredning

$$\sigma(x) = \gamma x$$

Safety First går ut på

$$\max_x \left[\frac{D(x) \cdot x - c(x) - h}{\gamma x} \right]$$

$$\Rightarrow \max_x (D(x) - ATC)/\gamma$$

Vi har at $p = D(x)$. Safety First prinsippet fører altså til en tilpasning i det punkt hvor prisen avviker *mest* fra gjennomsnittlige totalkostnader ATC, med andre ord i det punkt hvor helningen på kurven for de gjennomsnittlige totalkostnader faller sammen med helningen på efterspørselskurven, dvs. hvor

$$\frac{dD(x)}{dx} = \frac{dATC}{dx}$$

Kaller vi $D(c)$ for gjennomsnittsinntaket AR (Average Revenue) og $D(x)x = ARx = TR$ for totalinntaket (Total Revenue) har vi

$$dD(x)/dx = dAR/dx = d(TR/x)/dx =$$
$$= (MRx - TR)/x^2 = (MR/x - (TR/x)/x =$$
$$= (MR - AR)/x$$

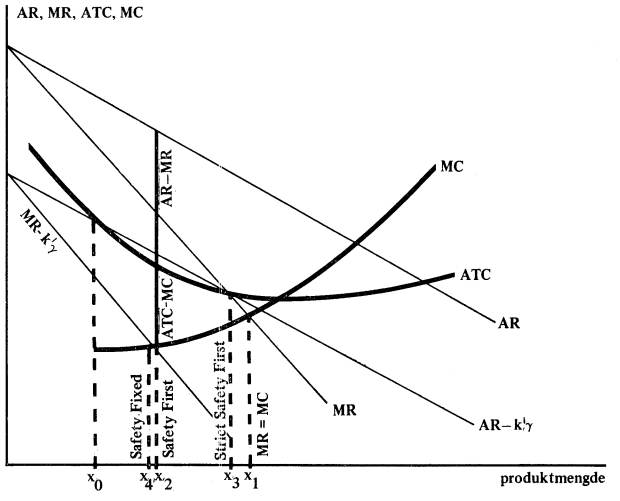
hvor $MR = dTR/dx$ er grenseinntaket (Marginal Revenue). Videre har vi

$$dATC/dx = d(TC/x)/dx = (MCx - TC)/x^2$$
$$= MC/x - (TC/x)/x = (MC - AC)/x$$

Setter vi $dAR/dx = dATC/dx$ får vi som betingelse for Safety First tilpasning

$$AR - MR = ATC - MC$$

Dette er oppfylt for $x = x_2$ i figur 2 som er en grafisk fremstilling av monopoltilfellet. Den tradisjonelle løsning i monopoltilfellet ved profittmaksimering og full sikkerhet er at i tilpasningspunktet skal grenseinntaket MR være lik grensekostnaden MR. I figur 2 er det tilfelle for $x = x_1$.



Figur 2.

3. Strict Safety First prinsippet

Ved Safety First prinsippet minimerte vi sannsynligheten for at profitten skulle bli lik eller mindre enn den kritiske verdi for profitten. Vi minimerte altså α, hvor

$$\alpha = Pr(\pi \leq d')$$

og hvor produsenten eller beslutningstageren fastsatte den kritiske verdi d' *før* optimaliseringsprosessen tok til. Ved Strict Safety First prinsippet fastsetter produsenten *både* $\alpha = \alpha'$ og d' før optimaliseringen.

Vi går nå frem i to steg:

Steg 1: Finn de x-verdier som gir $\alpha \leq \alpha'$
dvs. de x-verdier som tilfredsstiller ulikheten

$$Pr(\pi \leq d') \leq \frac{\sigma^2}{(\mu - d')^2} \leq \alpha' \tag{3.1}$$

eller omskrevet

$$\mu - k'\sigma \geq d'$$

hvor $k' = \frac{1}{\sqrt{\alpha'}}$, (jfr. (1.2)).

Steg 2: Gitt de mulige x-verdier som tilfredsstiller (3.1), maksimer forventet profitt $\mu(x)$, dvs.

$$\max_x (\mu(x) | \mu(x) - k'\sigma(x) \geq d') \tag{3.2}$$

4. Strict Safety First anvendt i teorien for produsentenes tilpasning.

Vi ser på samme tilfelle som under avsnitt 2.

4a. *Frikonkurransetilfellet.*

Setter vi inn for μ, σ og d' i (3.1) får vi

$$\bar{p}x - c(x) - k'\gamma x \geq h$$
$$\Rightarrow p - k'\gamma \geq (c + h)/x = ATC$$

): alle løsninger hvor $\bar{p} - k'\gamma \geq ATC$ er mulige løsninger.

Videre

$$\max_x(\bar{p}x - c(x) | \bar{p} - k'\gamma \geq ATC)$$

Grafisk vil altså alle x i området $[x_0, x_3]$ i figur 1 være mulige løsninger[2]). Blant disse x-ene vil x_3 gi størst $\bar{p}x - c(x)$, dvs. størst forventet verdi av profitten. Tilpasningen ved Strict Safety First prinsippet, dvs. når beslutningstageren på forhånd fastsetter *både* den kritiske verdi for profitten *og* den maksimale sannsynlighet for å få en profitt lik eller mindre enn denne verdi, er altså i punktet $x = x_3$ i figur 1.

4b. *Monopoltilfellet.*

Innsatt for μ, σ og d' i (3.1) gir

$$D(x)x - c(x) - k'\gamma x \geq h$$
$$D - k'\gamma \geq (c + h)/x$$
$$AR - k'\gamma \geq ATC$$

Dvs. alle løsninger hvor $AR - k'\gamma \geq ATC$ er mulige løsninger. Videre

$$\max_x(D(x)x - c(x) | AR - k'\gamma \geq ATC)$$

Grafisk vil området $[x_0, x_3]$ i figur 2 være det mulige området ,og x_3 vil gi størst $D(x)x - c(x)$, dvs. størst forventet profitt. Strict Safety First vil med andre ord gi tilpasning i punktet $x = x_3$ i monopoltilfellet (figur 2).

5. Safety Fixed prinsippet.

Safety Fixed prinsippet går ut på å fastsette $\alpha = \alpha'$ apriori og derefter maksimere d: den kritiske verdi for profitten.

Ved hjelp av Tsjebysjeffs ulikhet kom vi frem til et uttrykk for α ved (1.1). Har vi som før at $k' = 1/\sqrt{\alpha'}$ får vi, idet vi betrakter d som en fri variabel

$$k' = \frac{\mu(x) - d}{\sigma(x)} \Rightarrow d = \mu(x) - k'\sigma(x)$$

Safety Fixed prinsippet sier da

$$\max_x[d = \mu(x) - k'\sigma(x)] \tag{5.1}$$

[2]) Det er også slik at $\max \bar{p}x - c(x)$ ikke kan være til høyre for x_1. Dvs. at dersom $\bar{p} - k'\gamma \geq p^*$ ville løsningen falle sammen med marginalistløsningen x_1.

6. Safety Fixed anvendt i teorien for produsentenes tilpasning.

Vi ser på samme tilfellet som under avsnitt 2.

6a. *Frikonkurransetilfellet.*

Setter vi inn for μ og σ i (5.1) får vi

$$\max_x d = \bar{p}x - c(x) - h - k'\gamma x =$$
$$= (\bar{p} - k'\gamma)x - (c(x) + h)$$

(Legg merke til at her er det forventet nettoprofitt $\bar{p}x - c - h$ som inngår. Det spiller imidlertid ingen rolle for bestemmelsen av d hvorvidt vi ser på netto eller brutto her, faste kostnader h er en konstant som faller bort ved maksimeringen).

Første ordens betingelse for maksimum er [3])

$$d(d)/dx = 0\,, \quad \text{dvs.} \quad \bar{p} - k'\gamma - dc(x)/dx = 0$$
$$\Rightarrow \bar{p} - k'\gamma = MC$$

I figur 1 vil dette være oppfylt for $x = x_4$.

6b. *Monopoltilfellet.*

Innsatt for μ og σ i (5.1) gir

$$\max_x d = D(x)x - c(x) - h - k'\gamma x$$
$$= D(x)x - k'\gamma x - (c(x) + h)$$
$$= TR - k'\gamma x - TC$$

Ved derivasjon m.h.p. x får vi

$$d(d)/dx = dTR/dx - k'\gamma - dTC/dx = MR - k'\gamma - MC$$

Betingelse for maksimum er at $d(d)/dx = 0$, dvs.

$$MR - k'\gamma = MC$$

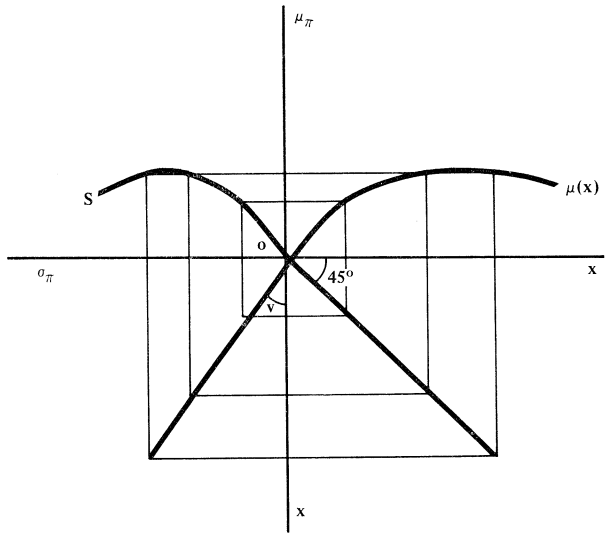
som er oppfylt for $x = x_4$ i figur 2.

7. Korte betraktninger omkring de forskjellige prinsippene.

Når vi sammenligner tilpasningen under usikkerhet ved bruk av et av prinsippene gjennomgått ovenfor med tilpasningen i det tradisjonelle tilfelle med profittmaksimering og full sikkerhet, ser vi at tilpasningen under usikkerhet alltid vil gi en mindre produktmengde enn tilpasningen ved full sikkerhet. Dette gjelder uansett hvilket prinsipp vi anvender og enten vi ser på frikonkurranse- eller monopoltilfellet. I frikonkurransetilfellet vil Safety First prinsippet være det «forsiktigste» prinsipp, dvs. alltid gi minst produktmengde, mens Safety Fixed i monopoltilfellet kan gi mindre produktmengde enn Safety First.

Vi legger også merke til at dersom usikkerheten målt ved spredningen $\sigma(x)$ går mot null vil både Strict

[3]) Annenordensbetingelsene for maksimum er som for tilfellet med full sikkerhet at tilpasningen må skje i det område hvor grensekostnadskurven er stigende.



Figur 3.

Safety First og Safety Fixed gå mot løsningen i det tradisjonelle tilfelle med full sikkerhet, mens løsningen for Safety First vil være den samme uansett usikkerhetens ($\sigma(x)$) størrelse.

I vårt tilfelle vil forventet krofitt være

$$\mu_\pi = \mu(x) = \bar{p}x - c(x)$$

i frikonkurransetilfellet.

Dersom $c(x)$ har den vanlige antatte formen slik at MC- og AC-kurvene er konkave, vil μ_π bli en konveks og kurve som vist i figur 3.

Ved projisering av $\mu(x)$-kurven fra $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D$ får vi frem tilsvarende $\sigma(x)$-kurve idet $\operatorname{tg} v = \gamma$ og vi har at $\sigma_\pi = \gamma x$.

I μ_π, σ_π diagrammet som vi har gjengitt i figur 4 kan vi føre inn de forskjellige beslutningsreglene.

Ved Safety First prinsippet skulle vi ifølge (1.2) maksimere k hvor

$$k = \frac{\mu_\pi - d'}{\sigma_\pi}$$

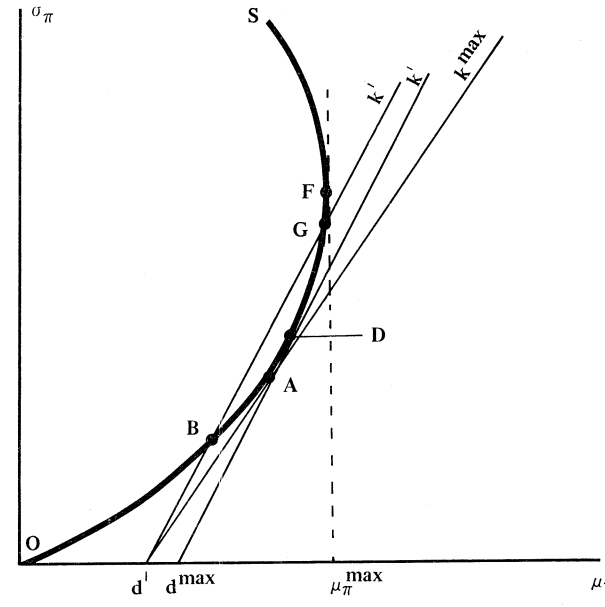
Omskrevet får vi

$$\sigma_\pi = \frac{1}{k}\mu_\pi - \frac{d'}{k} \tag{7.1}$$

for $\sigma_\pi = 0$ vil $d' = \mu_\pi$. Løsningen må nå ligge på kurven OS. Maksimering av k gir minimering av $1/k$. Vi skal altså finne det punkt på OS-kurven som gir minst helning på linjen for σ_π gitt ved (7.1). Det blir tangeringspunktet mellom en rett linje gjennom d' og kurven OS, dvs. punkt A i figur 4.

For Strict Safety First er også k gitt i (7.1). Det er da klart at denne $k = k'$ må være slik at vi får skjæring mellom (7.1) og OS-kurven. Bare ved et rent tilfelle vil k' falle sammen med k_{max} under Safety First prinsippet. Vanligvis vil vi altså få to skjæringspunkter mellom (7.1) og OS-kurven, f. eks. punktene B og C i figur 4. Mulige løsninger ligger nå langs BC-delene av OS-kurven. Vi skal velge max μ_π blant de mulige μ_π, dvs. vi får tilpasning i punkt C. Vi ser klart av figuren det forhold som ble nevnt i fotnote 2) tidligere at dersom $\bar{p} - k'\gamma \geq p^*$ dvs. at helningen på (7.1) blir så stor at det øvre skjæringspunkt med OS-kurven faller til venstre for maksimal forventet profitt (punktet F) vil løsningen falle sammen med løsningen ved profittmaksimering og full sikkerhet. Punkter til venstre og over punkt F vil nemlig ha mindre forventning og større spredning enn F. Ved Safety Fixed skulle vi fastsette $k = k'$ og derefter maksimere d. Det oppnår vi ved å parallellforskyve (7.1) for gitt k mot høyre inntil (7.1) tangerer OS-kurven. Da har vi nådd det punkt av de mulige som har max d for gitt k, i dette tilfelle punkt D.

Av figuren ser vi også at dersom usikkerheten er positiv vil Safety-prinsippene gi løsninger med mindre forventet profitt og mindre spredning enn vi ville fått dersom vi gikk frem på tradisjonelt vis og så bort fra den faktiske usikkerhet.



Figur 4.

EEC-saken

Avstemningen i Stortinget — et varsel om en mer demagogisk markedsdebatt?

Stortingets behandling av spørsmålet om fortsatte forhandlinger om norsk medlemskap i EEC, bekrefter det de fleste må ha vært klar over lenge, — at det i denne forsamling ikke er et kvalifisert flertall for medlemskapslinjen. 37 representanter stemte for et forslag om at siktemålet for forhandlingene skulle endres fra fullt medlemskap til forhandlinger om avtaler som fremmer samarbeidet på avgrensede områder. 55 representanter stemte for et forslag om at Regjeringen skulle utrede hvilke alternative løsninger som kunne komme på tale når det gjelder Norges forhold til Fellesmarkedet. Siden 113 representanter stemte for at forhadlingene med EEC skulle forsette med sikte på fullt medlemskap, er det formelle grunnlag for de fortsatte forhandlinger klart nok; vanlig flertall ville forsåvidt også vært tilstrekkelig i denne henseende. Allikevel gir avstemningsresultatene etter vår oppfatning et klart uttrykk for at medlemskapslinjen, reellt sett, ikke har den nødvendige tilslutning i nasjonalforsamlingen.

De meningsmålinger som har vært foretatt, viser, som kjent, at en stor del av befolkningen ikke har tatt et klart standpunkt i EEC-saken. Blant de som har tatt standpunkt, utgjør EEC-motstanderne et overveldende flertall. I lys av den sterke motstand mot EEC-medlemskap i befolkningen og i Stortinget, kan det synes underlig at Regjeringen velger å neglisjere dette forhold og kjører hardt på medlemskapslinjen. Vi har tidligere antydet at det forhold at en fra norsk side utelukkende satser på fullt medlemskap, kan føre til at en reduserer mulighetene for å oppnå en gunstig løsning på annet grunnlag om medlemskapsforhandlingene ikke skulle føre frem. Dessuten bidrar en slik «all or nothing»-linje til å redusere valgmulighetene og fordunkle det forhold at en i denne — som i de fleste andre økonomiskpolitiske saker — har valgmuligheter.

Vi tillater oss å anta at når Regjeringen og de politiske lederne blant EEC-tilhengerne holder fast på medlemskapslinjen og fullstendig aviser en diskusjon om og utredning av alternativer, skyldes det for det første at en seriøs vurdering av alternativer vil kunne øke motstanden mot medlemskapslinjen ytterligere. For det andre håper medlemskapstilhengerne åpenbart på at de skal kunne snu opinionen i løpet av den tid som det vil ta før en folkeavstemning om medlemskap vil bli avholdt. Det sistnevnte er en akseptabel holdning; siden tilhengerne både disponerer den største del av norsk presse og utvilsomt representerer de mest kapitalsterke kretser, kan det også være grunn til å anta at de gjennom en omfattende propagandavirksomhet vil kunne svekke motstanden og øke oppslutningen om EEC-medlemskaplinjen. Den antydede begrunnelse for at Regjeringen avviser en utredning av alternative markedsordninger er derimot, i den grad den er relevant, nokså tvilsom fra et demokratisk synspunkt.

Det forhold at motstanden mot EEC-medlemskap også i Stortinget på det nåværende tidspunkt er så sterkt at det er tvilsomt om vårt land vil bli fullt medlem, vil ventelig føre til et hardere debattklima i tiden som kommer. Situasjonen har utviklet seg slik at utfallet av folkeavstemningen, som formelt bare vil være rådgivende, vil bli bestemmende for avstemningsresultatet i Stortinget. Det betyr at en må vente en sterkt øket propagandavirksomhet i tiden fremover fra de grupper som utgjør de sterkeste medlemsskapstilhengere. Hittil har EEC-debatten stort sett vært både saklig og klargjørende. Riktignok har det blant EEC-motstanderne vært grupper som har nyttet usaklig og demagogisk argumentasjon, men dette innslaget har vært ubetydelig.

Det som i denne forbindelse nå bekymrer oss, er tanken på at det demagogiske innslag i EEC-debatten skal bli vanlig i den videre EEC-debatt. Vi håper at tilhengerne vil avholde seg fra å true med arbeidsløshetsspøkelset, inntektsreduksjoner og med at det norske folk vil miste sin frihet om vi ikke blir medlem av EEC, og at motstanderne vil avholde seg fra å true med katolisismen, vindrikking og «det uopplyste pengevelde». Det nevnte har vært trukket frem tidligere både i den pågående og i tidligere debatter. Det kan bare beklages.

Pengepolitiske reservekrav eller utlånsrelasjon?

AV
DOSENT DR. PHILOS. PER MEINICH,
UNIVERSITETET I OSLO

Første del av denne artikkelen sto i forrige nummer av tidsskriftet. I første del av artikkelen behandlet forfatteren en del av de problemer som oppstår ved den praktiske utforming av pengepolitiske reservekrav. Nedenstående utgjør annen del av artikkelen. Her diskuterer forfatteren om hovedformålet med de pengepolitiske reservekrav kan oppnås på en mer hensiktsmessig måte ved et system med utlånsrelasjon, d.v.s. en ordning der de samlede utlån fra den enkelte bank ikke kan utgjøre mer enn en bestemt andel av bankens forvaltningskapital eller innskudd. Først drøftes spørsmålet om hvilket beregningsgrunnlag som bør benyttes ved en ordning med maksimal utlånsprosent. Herunder ser han også på behandlingen av interbankinnskudd. Deretter behandler forfatteren virkninger av bankenes salg og kjøp av obligasjoner under et system med maksimal utlånsprosent. Til slutt omtales kort noen andre momenter og noen overgangsproblemer som kan melde seg når det i et land innføres et system med utlånsrelasjon for bankene.

Utlånsrelasjon som alternativ til likviditetsreserver.

Det aktuelle norske likviditetsreservesystemet med hjemmel i Kredittlovens §§ 4—6 kan bl.a. kritiseres på følgende punkter:

1. Siden bankene sitter med andre aktiva enn utlån og godkjente likvide reserver, f.eks. innskudd i andre banker og andre ihendehaverobligasjoner enn stats- og statsgaranterte, har de gjennom omplasseringer av slike aktiva muligheter til å øke sine utlån. Dette vil først og fremst gjelde for bankenes innskudd i utenlandske banker. Når det gjelder salg av andre obligasjoner, blir resonnementet akkurat det samme som ved analysen av bankenes salg av statsobligasjoner under et system med kassereserver.

2. Bankene kan øke sin utlånskapasitet ved å kjøpe stats- og statsgaranterte obligasjoner fra publikum, jfr. formel (14).

3. Systemer med utvidede likviditetsreservekrav innebærer en skjult plasseringsplikt som gir myndighetene anledning til å gi visse typer av obligasjoner karakteren av tvangslån.

Punktene 1 og 2 følger av anlysen foran. Mot punkt 3 har det vært argumentert med at ett av formålene med et likviditetsreservesystem kan være å kanalisere kreditter til bestemte formål som er blitt tillagt høy prioritet av myndighetene. Dette kan oppnås ved å godkjenne som likvide reserver obligasjoner som direkte eller indirekte finansierer slike prioriterte formål. Mot dette resonnementet kan det igjen anføres følgende: «Likviditetskravet har til formål å regulere det totale kredittvolum og er ikke ment å skulle virke inn på fordelingen av utlånene på de forskjellige sektorer».[5]) Allokeringen av kreditten kan påvirkes ved andre tiltak, f.eks. ved egne bestemmelser om plasseringsplikt eller ved en elastisk rentepolitikk.

På bakgrunn av det ovenstående er det grunn til å spørre om ikke reguleringen av det samlede kredittvolumet i banksystemet kan oppnås på en mer hensiktsmessig måte ved å erstatte likviditetsreserveordningen med bestemmelser om en maksimal utlånsprosent for bankene. Mer presist tenker jeg her på en ordning der de samlede utlån fra den enkelte bank ikke kan utgjøre mer enn en bestemt andel (f.eks. 70 %) av bankens forvaltningskapital eller innskudd. Spørsmålet om den konkrete fastleggelse av beregningsgrunnlaget vil bli drøftet nedenfor. I det følgende vil jeg hele tiden anta at det blir stipulert samme maksimale utlånsprosent for alle banker i landet.

5) *Innstilling fra Den penge- og kredittpolitiske komité,* s. 198.

I den enkle kredittmultiplikatormodellen som er behandlet foran (jfr. ligningene (1)-(3)) har som tidligere nevnt bankene bare to aktiva-poster, sentralbankpenger og utlån. Innenfor denne modellen vil det derfor bli det samme enten det blir fastsatt en maksimal utlånsprosent lik $100 \cdot (1\text{-}r)$ eller en minste reserveprosent lik $100 \cdot r$ for bankene. En reduksjon i utlånsprosenten vil ha nøyaktig samme virkning som en like stor økning i reservesatsen. Ved begge disse systemene vil det som hovedregel være slik at banker i sterk vekst får adgang til å øke sine utlån relativt sterkt, mens banker i stagnasjon ikke kan øke sine utlån. Også et system med en maksimal utlånsprosent vil således på en elastisk måte ta hensyn til at utviklingstakten i de enkelte banker kan variere.

Når vi tar i betraktning at bankene sitter med andre aktiva enn sentralbankpenger og utlån blir det imidlertid en viss forskjell på pengepolitiske reservekrav og systemet med utlånsrelasjon.

Beregningsgrunnlaget og behandlingen av interbankinnskudd ved en ordning med maksimal utlånsprosent.

Også under et system med en maksimal utlånsprosent melder spørsmålet om beregningsgrunnlaget seg. En mulighet er å la forvaltningskapitalen være beregningsgrunnlag. Tidligere har vi imidlertid vært inne på at forvaltningskapitalen kan «blåses opp» ved hjelp av interbankinnskudd. På den måten kan bankenes utlånsramme økes på en kunstig måte. For å unngå dette kan en knytte utlånene til de samlede innskudd fra almenheten. Ved en slik ordning faller imidlertid egenkapitalen ut som grunnlag for utlån. Egenkapitalen bør kanskje kunne lånes ut i sin helhet. Dette leder til en ordning av følgende type: «En banks utlån kan ikke utgjøre mer enn summen av bankens egenkapital og en nærmere bestemt prosent av de samlede innskudd fra almenheten».

En ordning av denne art vil imidlertid skape problemer for forretningsbankene i Norge idet summen av egenkapital og innskudd fra almenheten bare utgjør ca. ¾ av forvaltningskapitalen i denne bankgruppe. En slik ordning vil således gjøre det praktisk talt umulig for forretningsbankene å finansiere en utlånsøkning ved låneopptak i utlandet, ved innskudd fra andre banker eller ved låneopptak i Norges Bank. Dette innebærer en så drastisk reduksjon i elastisiteten i det norske kredittsystem at det neppe kan bli aktuelt å innføre en ordning med et slikt beregningsgrunnlag for forretningsbankene.

En annen ulempe ved denne ordningen er at beregningsgrunnlaget vil få en spontan økning ved utgangen av hvert år i forbindelse med tilskrivning av opptjente renter på innskuddsmassen og avsetningen av driftsoverskuddet til egne fond. Når forvaltningskapitalen brukes som beregningsgrunnlag unngår man en slik sprangvis økning i beregningsgrunnlaget ved årets slutt.

Hvis man *trekker aktiva-posten tilgodehavender (regnet brutto) i andre forretnings- og sparebanker fra forvaltningskapitalen,* vil man imidlertid få et beregningsgrunnlag som ikke kan «blåses opp» ved inter-bank-innskudd eller lånetransaksjoner. Sett at to banker plasserer like store innskudd hos hverandre. Da vil forvaltningskapitalen øke med samme beløp i begge bankene. Men samtidig vil aktiva-posten innskudd i andre banker øke med det samme beløp hos begge bankene. Beregningsgrunnlaget vil således være upåvirket av disse transaksjonene

Et slikt beregningsgrunnlag vil heller ikke skape noen problemer når det gjelder likviditetsutjevningen mellom bankene via interbankinnskuddene. Sett at en bank (Bank A) plasserer et innskudd hos en annen bank (Bank B). Bank A vil derved redusere sitt beregningsgrunnlag med det samme beløp. Virkningen blir altså at Bank A overfører en del av sin utlånsevne til Bank B. Bankenes samlede utlånsevne blir imidlertid uforandret.

På den annen side kan en bank ved dette systemet øke sin utlånsevne ved å trekke på sine innskudd i andre banker. Derved finner det imidlertid sted en tilsvarende reduksjon i utlånsevnen i de banker som blir tappet for innskudd. Heller ikke i dette tilfellet får vi noen endring i bankenes samlede utlånsevne.

Ovenfor har jeg stilltiende gått ut fra at det dreier seg om transaksjoner mellom innenlandske banker. Vi skal nå ta hensyn til at det også finner sted transaksjoner med utenlandske banker. La oss nå presisere beregningsgrunnlaget for den maksimale utlånsprosent på følgende måte: Forvaltningskapitalen minus brutto tilgodehavender i norske og utenlandske forretnings- og sparebanker.

Sett at en innenlandsk bank og en utenlandsk bank under et slikt system plasserer like store innskudd hos hverandre. Da vil både forvaltningskapitalen og tilgodehavender i andre banker øke med samme beløp i den innenlandske banken. Beregningsgrunnlaget og utlånsevnen i den innenlandske banken vil følgelig bli uendret. Med et slikt system vil det således heller ikke bli mulig å «blåse opp» utlånsevnen ved at innenlandske og utenlandske banker samtidig plasserer innskudd hos hverandre.

Ved et slikt system vil imidlertid den samlede utlånsevnen i det norske banksystem bli redusert hvis en norsk bank plasserer et innskudd hos en utenlandsk bank. Den norske banken vil derved redusere sitt beregningsgrunnlag med vedkommende beløp.

En annen side ved denne ordningen er at en norsk bank kan øke sin utlånsevne ved å trekke på sine tilgodehavender i utenlandske banker. Derved finner det sted en netto økning i den samlede utlånsevnen i det norske banksystemet. Som vist foran foreligger det imidlertid en

tilsvarende mulighet ved det gjeldende norske likviditetsreservesystemet.

Hvis en utenlandsk bank tilfører en innenlandsk bank midler i form av innskudd eller lån, vil det også finne sted en økning i det innenlandske banksystems samlede utlånsevne fordi beregningsgrunnlaget øker. Også på dette punkt er det likhet mellom en ordning med maksimal utlånsprosent og den aktuelle norske likviditetsreserveordningen.

Det viser seg at et system med en maksimal utlånsprosent med forvaltningskapitalen minus tilgodehavender i andre banker som beregningsgrunnlag innebærer at det blir en *begrensning for størrelsen av de midler som en bank kan plassere som tilgodehavender i andre banker.*

Vi innfører følgende symboler:

U = utlån

B = tilgodehavender i andre innenlandske og utenlandske forretnings- og sparebanker (regnet brutto)

F = forvaltningskapital

For utlånene får vi følgende begrensning:

$$U \leqq u(F - B)\,, \tag{20}$$

der $100 \cdot u$ er den prosentsats som angir den øvre grense for utlånene i forhold til beregningsgrunnlaget $(F\text{-}B)$. Av (20) får vi

$$uB \leqq uF - U\,. \tag{21}$$

Dividerer vi (21) med uF får vi

$$\frac{B}{F} \leqq 1 - \frac{U/F}{u}\,. \tag{22}$$

Når $B=0$ får vi av (20)

$$\frac{U}{F} \leqq u\,. \tag{23}$$

Siden B ikke kan være negativ, er (23) følgelig en nødvendig betingelse for at (20) skal være oppfylt. Når (23) er oppfylt vil den øvre grense for tilgodehavender i andre banker i forhold til forvaltningskapitalen (dvs. det som står på høyre side av ulikhetstegnet i (22)) bli ikke-negativ og desto større jo større u er og jo mindre U/F er. Tabell 2 illustrerer hvilken betydning størrelsen av u og U/F har for den øvre grense for den andel av forvaltningskapitalen som kan plasseres som innskudd og andre tilgodehavender i andre banker.

Av tabellen fremgår det at begrensningen i plasseringene i inter-bankinnskuddene ikke blir særlig følbar med mindre avstanden mellom u og U/F er under 10 prosent. Det vil således først og fremst være de banker som har en relativt stor andel av forvaltningskapitalen plassert i utlån, som blir effektivt påvirket av den øvre grense for tilgodehavender i andre banker. La oss som eksempel se på en bank med 75 % faktiske utlån i prosent av forvaltningskapitalen. Hvis prosentsatsen for den øvre grense for utlånene i forhold til beregningsgrunnlaget settes til 80 %, ser vi av tabellen at tilgodehavender i andre banker må begrenses til 6,3 % av forvaltningskapitalen. Dette betyr at de resterende 18,7 % av forvaltningskapitalen må plasseres i kasse, i Norges Bank, på postgiro, i statskasseveksler, i obligasjoner, i aksjer, i fast eiendom eller i andre aktiva.

La oss som et annet eksempel ta landets sparebanker sett under ett. Av tabell 1 fremgår det at ved utgangen av 1970 utgjorde utlånene 65% av forvaltningskapitalen og innskuddene i andre banker 12%. Hvis prosentsatsen for utlånene hadde vært satt til 74%, ville både de faktiske utlån og tilgodehavender i andre banker ha ligget akkurat på den øvre grense. Den gjennomsnittlige sparebank kunne imidlertid ha økt utlånenes relative andel av forvaltningskapitalen hvis den hadde redusert den relative andel for innskudd i andre banker. Omvendt kunne den ha økt den relative andel for innskudd i andre banker ved å redusere utlånenes andel av forvaltningskapitalen.

Av det ovenstående fremgår det at denne ordningen gir den enkelte bank adgang til å velge mellom direkte utlån og innskudd i andre banker også i de tilfelle der bankens utlån utgjør den stipulerte maksimumsprosent av beregningsgrunnlaget. Den øvre grense for utlånene er derfor en fleksibel grense som den enkelte bank kan regulere innenfor visse grenser ved å variere aktivaposten innskudd i andre banker.

Tabell 2. *Den øvre grense for tilgodehavender i andre banker i prosent av forvaltningskapitalen for noen alternative verdier av u og U/F.*

		Faktiske utlån i prosent av forvaltningskapitalen $\left(100 \cdot \frac{U}{F}\right)$						
		50	55	60	65	70	75	80
Den prosentsats som angir øvre grense for utlånene i forhold til beregningsgrunnlaget ($100 \cdot u$)	70	28,6	21,4	14,3	7,1	0		
	75	33,3	26,7	20,0	13,3	6,7	0	
	80	37,5	31,3	25,0	18,8	12,5	6,3	0
	85	41,2	35,3	29,4	23,5	17,6	11,8	5,9
	90	44,4	38,9	33,3	26,7	22,2	16,7	11,1

Bankenes salg og kjøp av obligasjoner under et system med maksimal utlånsprosent.

Vi skal nå undersøke om det er mulig for bankene å øke sin utlånsevne ved å selge obligasjoner til publikum under et system med en maksimal utlånsprosent. Vi gjør de samme forutsetninger om finansieringen av publikums kjøp av obligasjoner som tidligere. De direkte virkninger på bankenes samlede balanse fremgår derfor av formelene (4)—(7). Det blir følgelig en reduksjon i bankenes samlede forvaltningskapital med (1-k)X. Dette betyr at bankenes samlede utlånsevne blir redusert hvis bankene selger obligasjoner til publikum under et system med maksimal utlånsprosent. Samme virkning vil det bli hvis bankene selger aksjer eller andre aktiva til publikum. Ved en ordning med maksimal utlånsprosent er det således ikke mulig for bankene å øke sin utlånskapasitet ved å selge obligasjoner eller andre aktiva til publikum.

Ved hjelp av resonnementet ovenfor fremgår det imidlertid at bankene kan øke sin utlånsevne ved å *kjøpe* obligasjoner fra publikum under et system med maksimal utlånsprosent. Tidligere har vi vist at noe tilsvarende gjelder under et utvidet likviditetsreservesystem.

Hva menes med utlån?

En ordning med en maksimal utlånsprosent krever at begrepet «utlån» er klart definert. Det mest nærliggende er vel å bygge på aktivaposten VII, 3 (andre innenlandske utlån før en bloc-avskrivning) i Statistisk Sentralbyrås månedsstatistikk for bankene. Dette betyr at man bygger på den pålydende verdi av de faktiske utbetalte lån. Når det gjelder kassekreditt og byggelån er det imidlertid lettere for den enkelte bank å regulere de bevilgede kreditter enn de faktisk utbetalte utlån. Hvis det plutselig skjer en endring i utnyttelsesgraden for kassekreditten i en bank, kan således banken utilsiktet komme over den stipulerte utlånsgrense, hvis denne er basert på de utbetalte utlån. Det kan derfor melde seg et behov for å gi slike banker en viss tidsfrist til å få redusert utlånene under den stipulerte prosent. En annen mulighet er å bygge på de bevilgede kreditter. Mot dette kan det for det første innvendes at det er de faktisk utbetalte kreditter som er av betydning for den samlede etterspørsel etter varer og tjenester. For det annet kan det innvendes at det kan oppstå betydelige kontrollmessige problemer hvis man bygger på bevilgede kreditter. Man trenger jo i så fall en klar definisjon av hva som menes med at en kreditt er bevilget.

Hvis man likevel finner å bygge på bevilgede kreditter, bør vel bevilget, men ikke utnyttet kreditt legges til beregningsgrunnlaget. Selv om dette gjøres, vil utlånsprosenten bli større hvis en bygger på bevilget beløp enn hvis en bygger på faktisk utbetalt beløp.

Dette fremgår av følgende resonnement: La U representere utbetalte lån og la K representere bevilget, men ikke utnyttet kreditt. Da får vi at bevilget kreditt $= U + K$. Videre har vi

$$\frac{U+K}{F+K-B} = \frac{U}{F-B} \cdot \frac{F-B}{F+K-B} + \frac{K}{F+K-B}$$

$$= \frac{U}{F-B}\left[1 + \frac{F-B}{F+K-B} - 1\right] + \frac{K}{F+K-B}$$

$$= \frac{U}{F-B} - \frac{UK}{(F-B)(F+K-B)} + \frac{K}{F+K-B}.$$

Herav får vi

$$\frac{U+K}{F+K-B} = \frac{U}{F-B} + \frac{K}{F+K-B}\left[1 - \frac{U}{F-B}\right]. \tag{24}$$

Her er $\frac{U}{F-B}$ mindre enn 1 siden en bank alltid har andre aktiva-poster enn utlån og tilgodehavender i andre banker. Leddet $\frac{K}{F+K-B}\left[1 - \frac{U}{F-B}\right]$ blir følgelig positivt og vi får

$$\frac{U+K}{F+K-B} < \frac{U}{F-B} \tag{25}$$

Hvis man baserer seg på bevilget beløp, må man derfor fastlegge en høyere prosentsats enn hvis man bygger på utbetalt beløp.

Ovenfor er det foreslått at man skal basere seg på utlånenes pålydende verdi. Dette kan for det første begrunnes med at det er pålydende beløp som gir uttrykk for hvor store midler som er blitt utlånt. Bygger man på bokført beløp (pålydende verdi fratrukket en bloc-avskrivninger) vil man dessuten få en fiktiv reduksjon ved utgangen av hvert år i forbindelse med en bloc-avskrivningene. Men hvis man tar utgangspunkt i det pålydende beløp, ville det vel være logisk å legge de akkumulerte en bloc-avskrivningsfond til forvaltningskapitalen i beregningsgrunnlaget.

Andre momenter.

Jeg har tidligere pekt på at systemet med en maksimal utlånsprosent på en elastisk måte tar hensyn til at utviklingstakten kan være forskjellig i de enkelte banker. En bank som plutselig får en innskuddsnedgang kan imidlertid få problemer ved dette systemet. Vanligvis vil det gå en viss tid før det er mulig å få redusert ut-

lånene for en bank som plutselig blir tappet for innskudd. Når beregningsgrunnlaget er forvaltningskapitalen minus tilgodehavender i andre banker er imidlertid som nevnt ovenfor den øvre grense for utlånene en fleksibel grense. Den nedgangen i beregningsgrunnlaget som en uventet nedgang i innskuddsmassen medfører kan antagelig vanligvis motvirkes ved en reduksjon i bankens innskudd i andre banker. Hvis det skulle vise seg at ordningen ikke er tilstrekkelig elastisk, kan banker som får nedgang i sin forvaltningskapital innrømmes en viss tidsfrist til å få brakt utlånene ned på det stipulerte nivå.

Hvis myndighetene ønsker å øke bankenes utlånsevne kan prosentsatsen for utlånenes andel av forvaltningskapitalen forhøyes. Det er imidlertid ikke sikkert at en banks utlånsevne vil øke selv om den tillatte prosentsats for utlånene økes. Det vil være avhengig av hvordan banken har plassert den delen av forvaltningskapitalen som ikke er direkte utlån. Har banken tilstrekkelige likvide reserver som innskudd i Norges Bank kan banken øke sine utlån straks. Men hvis banken har plassert en vesentlig del av sin forvaltningskapital i obligasjoner, vil bankens utlånsevne på kort sikt bli lite påvirket av en økning i den tillatte utlånsprosent. Hvis staten eller sentralbanken samtidig kjøper obligasjoner fra vedkommende bank, vil imidlertid bankens utlånsevne øke.

Hvis myndighetene ønsker å redusere utlånsøkningen (eller å redusere utlånene), kan prosentsatsen for utlånenes andel av forvaltningskapitalen reduseres. Banker som i utgangssituasjonen ligger akkurat på den tillatte utlånsgrense vil etter en slik reduksjon av utlånsprosenten bli tvunget til å redusere sine utlån eller sine innskudd i andre banker. Også i slike tilfelle bør det vel gis bankene en viss tidsfrist til å få i stand den ønskede utlånsreduksjon. I praksis kunne dette ordnes ved at myndighetene kunngjør enhver reduksjon i utlånsprosenten en viss tid før den gjøres effektiv. Eventuelt kan reduksjonen foretas i flere etapper som kunngjøres på forhånd.

Overgangsproblemer ved innføringen av et system med maksimal utlånsprosent for bankene.

Hvis et system med maksimal utlånsprosent blir innført, kan det bli behov for særordninger for banker som i utgangssituasjonen ligger med utlån over den stipulerte maksimumsprosent av beregningsgrunnlaget.

Et rimelig utgangspunkt for en overgangsordning kan muligens være følgende: Overgangsordningen bør være slik at en bank med «rimelig» vekst i forvaltningskapitalen ikke behøver å redusere utlånene regnet i kroner.

Da det i alle banker finner sted visse tilbakebetalinger og avdrag ved gamle lån, vil en slik ordning ikke sette fullstendig stopp for nye kredittbevilgninger. Men det vil bety at nye utlån ikke må overskride det beløp som kommer inn ved tilbakebetalinger og avdrag på gamle lån.

I 15-årsperioden 1954—1969 har den gjennomsnittlige vekstrate for forvaltningskapitalen vært ca. 7,5% pr. år i forretningsbankene og ca. 6,8% pr. år i sparebankene. Ser vi på de enkelte banker viser det seg at forholdsvis få har økt sin forvaltningskapital med mindre enn 5% pr. år i gjennomsnitt i de siste 15 år. Vi vil derfor betrakte 5% pr. år som en «rimelig» vekstrate for beregningsgrunnlaget (forvaltningskapitalen minus brutto tilgodehavender i andre forretnings- og sparebanker).

La oss se på en bank som i utgangssituasjonen har en utlånsprosent på 90%. Anta videre at bankens beregningsgrunnlag vokser med 5% pr. år. Hvis banken holder utlånsmassen regnet i kroner konstant, vil den i løpet av ett år ha kommet ned til en utlånsprosent på 85,7%. Hvis utlånsprosenten i utgangssituasjonen hadde vært 85%, ville banken under tilsvarende forutsetninger ha kommet ned i en utlånsprosent på 80,95% etter ett år. Med en initial utlånsprosent på 80%, ville banken ha kommet ned i 76,2% etter ett år.

Av disse eksemplene fremgår det at hvis banker som i utgangssituasjonen ligger over den stipulerte maksimale utlånsprosent blir pålagt *å redusere den faktiske utlånsprosent med ca. 4 prosent-enheter pr. år* (inntil den faktiske utlånsprosent blir lik den stipulerte maksimale utlånsprosent), vil disse bankene kunne holde sine samlede utlån i kroner konstant dersom deres beregningsgrunnlag vokser med 5% pr. år. Hvis beregningsgrunnlaget vokser svakere enn 5% pr. år, vil imidlertid en slik overgangsordning medføre at utlånene regnet i kroner må reduseres. Den nødvendige reduksjon i utlånene vil bli desto større jo svakere vekst banken har. På den annen side vil banker med en sterkere vekst i beregningsgrunnlaget enn 5% pr. år kunne øke utlånene i løpende kroner ved en slik overgangsordning.

For å redusere overgangsproblemene for banker med en svak vekst i forvaltningskapitalen kan det muligens komme på tale å kreve *en reduksjon i den faktiske utlånsprosent med 3 prosent-enheter pr. år* i stedet for 4.

Banker med høy utlånsprosent og stagnasjon (eller fall) i forvaltningskapitalen vil imidlertid få store problemer selv ved en slik overgangsordning. For slike banker kan vel problemene ikke løses på noen annen måte enn at en del av deres engasjementer blir overtatt av andre banker, medmindre de har usedvanlig store avdrag og tilbakebetalinger på eldre lån. For at man skal kunne få et inntrykk av i hvilken utstrekning slike problemer vil oppstå, kan det være grunn til å se litt nærmere på utviklingen i de siste 5—10 år for de banker som ligger forholdsvis høyt i utlånsprosent.

Det kan være av interesse å undersøke i hvor mange år den overgangsordningen som er skis-

sert ovenfor må virke før alle banker har kommet ned på den stipulerte maksimalprosent for utlånsmassen. Dette vil selvsagt avhenge av hvilken maksimalprosent som blir stipulert. La oss som eksempel anta at den maksimale utlånsprosent blir fastlagt til 74% av forvaltningskapitalen minus brutto tilgodehavender i andre forretnings- og sparebanker. Dette tilsvarer den gjennomsnittlige faktiske prosentsats for sparebankene ved utgangen av 1970. En bank som i utgangssituasjonen har en faktisk utlånsprosent på 86% vil komme ned i 74% i løpet av tre år hvis det kreves en reduksjon i den faktiske utlånsprosent med 4 prosent-enheter pr. år. Kreves det en reduksjon med bare 3 prosent-enheter pr. år, vil overgangstiden bli 4 år. Hvis banken starter med en utlånsprosent på 90% eller 94%, vil overgangstiden bli henholdsvis 4 eller 5 år hvis det kreves en reduksjon med 4 prosent-enheter pr. år. Hvis det kreves en reduksjon med bare 3 prosent-enheter pr. år, vil en bank med 89% få en overgangstid på 5 år, en bank med 92% få en overgangstid på 6 år og en bank med 95% få en overgangstid på 7 år.

Disse eksemplene viser at den overgangsordningen som er skissert ovenfor vil kunne bli avviklet etter forholdsvis få år.

Konklusjon.

Foran har vi nevnt at den gjeldende norske ordning med likviditetsreserver kan kritiseres på tre punkter. Vi skal nå se på i hvilken utstrekning disse tre punktene også gjelder under et system med maksimal utlånsprosent for bankene. Vi har allerede vist at punkt 2 vil gjelde under et slikt system. Punkt 1 vil imidlertid falle bort under en ordning med maksimal utlånskvote bortsett fra at de innenlandske banker også under et slikt system vil ha muligheter til å øke sine utlån ved å trekke på sine innskudd i utenlandske banker. Punkt 3 vil falle bort under et system med maksimal utlånsprosent, i det man her får et system som stiller de enkelte banker fritt når det gjelder plasseringer i andre aktivaposter enn utlån, bortsett fra at det blir en begrensning for størrelsen av de midler som en bank kan plassere som innskudd (og andre tilgodehavender) i andre innenlandske og utenlandske forretnings- og sparebanker. Denne begrensningen vil imidlertid først og fremst bli følbar for de banker som har utlånt en forholdsvis stor andel av sin forvaltningskapital. Denne bivirkningen på interbankinnskuddene kommer av at man som beregningsgrunnlag bruker forvaltningskapitalen minus brutto tilgodehavender i andre innenlandske og utenlandske forretnings- og sparebanker. Hvis man i stedet simpelthen bruker forvaltningskapitalen som beregningsgrunnlag, vil man unngå denne bivirkningen og man får i så fall et system som vil stille de enkelte banker fullstendig fritt ved plasseringer i andre aktiva enn utlån. Hvis forvaltningskapitalen brukes som beregningsgrunnlag, vil bankene heller ikke kunne øke grensen for sine utlån ved å redusere sine innskudd i utlandet. Et slikt system vil imidlertid ha den svakhet at bankene kan øke sin utlånsevne ved å plassere innskudd hos hverandre. Denne svakheten er vel av så stor betydning at det antagelig ikke kan bli aktuelt å bruke forvaltningskapitalen alene som beregningsgrunnlag.

Som konklusjon kan det sies at det bør overveies å erstatte det gjeldende norske likviditetsreservesystemet med en ordning der de samlede utlån fra den enkelte bank ikke kan utgjøre mer enn en bestemt andel av bankens forvaltningskapital[6]) minus brutto tilgodehavender i andre innenlandske og utenlandske forretnings- og sparebanker.

[6]) Forvaltningskapitalen bør vel korrigeres for rembursforpliktelser og iignede, men ikke betalte skatter på samme måte som i den någjeldende kredittlovs likviditetsreservebestemmelser.

Et eksempel på bruk av moderne reguleringsteori på en enkel dynamisk økonomisk modell

AV
SIVILINGENIØR LARS PETTER LYSTAD,
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE

Forfatteren har i denne artikkelen gitt en skisse av anvendelser av modellkontroll innen moderne styringsteori. Hensikten med artikkelen er å henlede oppmerksomheten mot et av de områder innen cybernetikken hvor muligheten for anvendelse innen økonomi er stor. Dette er et område hvor store forskerteam i utlandet, bestående av ingeniører og økonomer, arbeider.

1. Innledning.

De fleste økonomer med interesse for reguleringsteori anvendt på økonomi har i den senere tid sentret oppmerksomheten mot Pontryagin's maksimumsprinsipp. Dette er et teoretisk verktøy som beregner de optimale pådragsvariable i en dynamisk prosess ut fra en gitt objektfunksjon. Metoden ble utviklet av russiske forskere i slutten av 1950-årene. Denne utvikling var opptakten til en rivende forandring av det teoretiske verktøy for studium av styrte systemer. Det markerte skille kan gjerne innføres engang i 1960-årene, idet en her begynner å referere til den såkalte «moderne reguleringsteori».

Enkelt kan en si at begrepet «moderne reguleringsteori» er basert på tidsplananalyse av det dynamiske system, dette i motsetning til forskjellige typer transformasjonsmetoder som blant annet leder til frekvensanalyse og den konvensjonelle reguleringsteori.

Noen av de fordelene moderne reguleringsteknikk har sammenlignet med konvensjonell teori, er at den i langt bedre grad er i stand til å behandle de såkalte multivariable systemer. Dette gjør at den vil bli et betydelig mer nyttig verktøy for et økonomisk styringsopplegg enn hva tilfellet var for analyse i frekvensplanet, som bare tillater bruk på så enkle problemstillinger at de nærmest kun har teoretisk interesse for økonomi.

Enkelt kan en si at «moderne reguleringsteori» inndeles i følgende hovedgrupper:

Matematisk modellbygning
Multivariabel regulering
Optimal regulering

Det er denne artikkelens hensikt å anvende den moderne reguleringsteori på en enkel dynamisk økonomisk prosess. Spesielt vil multivariabel reguleringsteori bli behandlet.

2. Multivariabel regulering.

La oss anta at vårt dynamiske system er kontinuerlig og at systemets oppførsel er gitt på formen

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}, t) \tag{2.1}$$

$$\underline{y} = \underline{g}(\underline{x}) \tag{2.2}$$

der

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \text{tilstandsvektor}$$

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_r \end{bmatrix} = \text{pådragsvektor (styringsvektor)}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_m \end{bmatrix} = \text{målevektor (utgangsvektor)}$$

Er systemet lineært vil beskrivelsen anta formen

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \tag{2.3}$$

$$\underline{y} = D\underline{x} \tag{2.4}$$

Det er for øvrig viktig å være klar over at det er en forskjell mellom målevektor $\underline{y}$ og tilstandsvektor $\underline{x}$.

Innholdet av (2.3) og (2.4) kan illustreres i et diagram som vist på fig. 2.1 der linjene nå angir vektorer. De firkantede blokker representerer matriser og «trekant»-symbolet står for n integratorer som integrerer hver sin komponent i tilstandsvektoren.

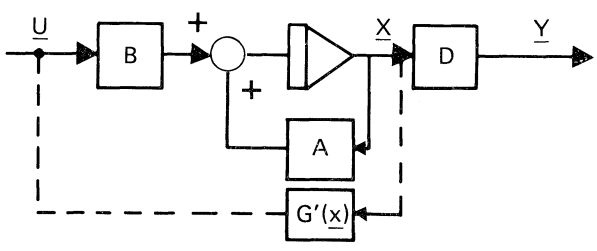


Fig. 2.1.

Fig. 2.1 viser det som i reguleringsteknikken blir benevnt blokkdiagram. Disse benyttes for å hjelpe oppstillingen av de dynamiske likninger for et kontrollsystem, og også for å beholde oversikten spesielt når nye tilbakekoblinger blir innført i systemet. En slik tilbakekobling fra tilstandsvektoren $\underline{x}$ til pådragsvektoren $\underline{u}$ er vist stiplet i fig. 2.1.

Hvordan tilbakekoblingsmatrisen $G'(\underline{x})$ blir bestemt, vil bli behandlet mere inngående siden.

Vi er nå i stand til å innføre et vesentlig begrep i multivariabel reguleringsteori, begrepet *styrbarhet*.

Et system sies å være styrbart dersom det kan finnes en pådragsvektor $\underline{u}$ som i et endelig tidsintervall $t_1 > 0$ kan overføre systemet fra en vilkårlig begynnelsestilstand $\underline{x}(0)$ til origo $\underline{0}$.

For at dette begrepet skal kunne analyseres kvantitativt er det nødvendig å gå tilbake til ligningssett (2.3) og (2.4).

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \tag{2.3}$$

$$\underline{y} = D\underline{x} \tag{2.4}$$

Vi innfører nå en diagonalisering av den differensiallikning som er gitt i (2.3). Dette oppnår en ved å innføre en ny tilstandsvariabel $\underline{q}$ avledet av tilstandsvektoren $\underline{x}$ gjennom en lineær transformasjon.

$$\underline{x} = M\underline{q} \tag{2.5}$$

Innføres (2.5) i (2.3) finner vi

$$M\dot{\underline{q}} = AM\underline{q} + B\underline{u}$$

$$\Rightarrow \dot{\underline{q}} = M^{-1}AM\underline{q} + M^{-1}B\underline{u} \tag{2.6}$$

$$\underline{y} = DM\underline{q} = F\underline{q} \tag{2.7}$$

Ved hensiktsmessig valg av matrisen M er det mulig å oppnå at

$$M^{-1}AM = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda^1 & . & . & . & . & . & 0 \\ . & \lambda_2 & & & & & \\ . & & . & & & & \\ . & & & . & & & \\ . & & & & & & \\ . & & & & & & \\ 0 & . & . & . & . & . & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

der $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ er egenverdier av matrisen A, disse forutsettes å være forskjellige.

Egenverdiene finnes som løsninger til likningen

$$det(\Lambda I - A) = 0 \tag{2.9}$$

Når det opprinnelige systems differensialligning er brakt på den form som er gitt i (2.6) sies den å være brakt på *kanonisk form*. Den transformerte tilstandsvektor $\underline{q}$ refereres til som en *kanonisk tilstandsvektor* eller en *modal* tilstandsvektor fordi den representerer systemets dekoblede svingningsmodi.

Setter vi

$$M^{-1}B = H$$

antar (2.6) formen

$$\dot{\underline{q}} = \Lambda q + H\underline{u} \tag{2.10}$$

$$\underline{y} = DM\underline{q} = F\underline{q} \tag{2.11}$$

Det fremgår nå direkte av (2.10) at dersom pådragsvektoren $\underline{u}$ skal ha noen innflytelse på alle elementer i den kanoniske tilstandsvektor $\underline{q}$, må matrisen H være slik at den ikke har noen linje der alle elementer er lik 0.

I så fall sies tilstanden $\underline{q}$ å være styrbar fra pådraget $\underline{u}$.

Et eksempel på et konkret system vil være egnet til å demonstrere betydningen av begrepet styrbarhet.

Eksempel 1.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Egenverdiene finnes av (2.9), disse blir:

$$\lambda_1 = -2 \qquad \lambda_2 = -4$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = M^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ — dvs. ikke styrbart.}$$

Begrepet styrbarhet er et absolutt begrep idet det ikke gir mulighet for noen gradsforskjell. Det må derfor åpenbart være av interesse å se på om det er mulig å definere et sett av utvidete begreper som angir noe om i hvilken *grad* systemet er styrbart.

Bruker vi $||h_i|| = (h_{i_1}{}^2 + h_{i_2}{}^2 + \ldots h_{ir}{}^2)^{\frac{1}{2}}$ som mål for elementene i den i'te linje i matrisen H, kan vi lage et mål for graden av styrbarhet gjennom uttrykket

$$\alpha = \frac{\min||h_i||}{\max||h_j||} = \text{styrbarhetsgrad} . \qquad (2.12)$$

Vi ser umiddelbart at systemet ikke er styrbart når $\alpha = 0$. Den maksimale verdi α kan anta er $\alpha = 1$.

Det er for øvrig viktig å være klar over at matrisen M må være «skalert» ut fra betraktninger om hva som er store og hva som er små amplituder av de forskjellige variable.

Vi vil nå komme inn på de kriterier som ligger til grunn for valg av tilbakekoblingsmatrise $G'(\underline{x})$ som vist på fig. 2.1. Valg av denne tilbakekoblingsmatrisen vil ut fra et styringssynspunkt i hovedsaken bli gjort ut fra to kriterier:

1. Tilbakekoblingen blir valgt ut fra en objektfunksjonal

$$J = \int_0^T L(\underline{x}, \underline{u}, t)dt \qquad (2.13)$$

der $L(\underline{x}, \underline{u}, t)$ er et uttrykk for den løpende suksess eller utbytte av prosessen. Oppgaven er da å bestemme den pådragsvektor u som gir et maksimum av integralet. Løsningen av dette problemet finner en ved å anvende klassisk variasjonsregning, Pontryagins maksimumsprinsipp eller dynamisk programmering.

2. Tilbakekoblingen blir valgt ut fra plassering av det tilbakekoblede systems modi (modi = egenfrekvens) i ønskede punkter.

Går vi for enkelthets skyld ut fra den kanoniske form gitt av likning (2.6) og antar vi at det finnes like mange uavhengige målinger (m) som det finnes tilstandsvariable (n) vil matrisen $\overline{F}$ være kvadratisk. Dersom den dessuten er inverterbar finner vi at

$$\dot{\underline{q}} = F^{-1}\underline{y} \qquad (2.14)$$

Vi kan nå åpenbart etablere en tilbakekobling fra målevektoren $\underline{y}$ til pådragsvektoren $\underline{u}$ gjennom en kvadratisk matrise slik at

$$\underline{u} = G'\underline{y} \qquad (2.15)$$

Innsetter vi dette i (2.10) finner vi

$$\dot{\underline{q}} = \Lambda\underline{q} + HG'F\underline{q} = (\Lambda + HG'F)\underline{q} \qquad (2.16)$$

Λ representerer egenverdiene eller de karakteristiske innsvigningsmodi for systemet uten tilbakekobling. Med hensiktsmessig valg av tilbakekoblingsmatrisen G' burde det nå være mulig å få plassert det tilbakekoblede systems karakteristiske modi i ønskede punkter. Karakteriserer vi den ønskede oppførsel av det lukkede system med matrisen Λ_0 finner vi

$$\dot{\underline{q}} = (\Lambda + HG'F)\underline{q} = \Lambda_0\underline{q} \qquad (2.17)$$

$$): HG'F = \Lambda_0 - \Lambda$$

$$G' = H^{-1}(\Lambda_0 - \Lambda)F^{-1} \qquad (2.18)$$

Denne form for regulering betegnes ideell modalregulering. Dersom matrisene H og F ikke kan inverteres, kan en ikke oppnå å få et tilbakekoblet system der alle de karakteristiske modi tilfredsstiller de på forhånd gitte krav. Men en kan få til å påvirke noen, og da fortrinnsvis de mest dominerende modi, dvs. i mange tilfeller de langsomste innsvigningsforløp. Dette er ikke ideell modalregulering som ikke vil bli behandlet nærmere her. (En nærmere beskrivelse av modalregulering finnes i Reguleringsteknikk, bind 3, Tapir forlag 1970).

Det vil nå bli formulert en dynamisk makroøkonomisk modell som multivariabel reguleringsteori vil bli anvendt på. Det vil bli spesielt lagt vekt på modal kontroll og stabilitet. Dynamisk optimalisering vil ikke bli behandlet, da dette allerede er utførlig dekket i økonomisk litteratur.

3. Philips vekst modell.

Modellen gjengis i korthet her. For lesere som ønsker en mer detaljert beskrivelse, henvises til Economica Nov. 1961.

Benevnes nettonasjonalproduktet ved normal kapasitetsutnyttelse Y_n, og y_n dets veksthastighet gir dette følgende likning

$$y_n = \frac{\dot{Y}_n}{Y_n} = \frac{pY_n}{Y_n} \qquad (3.1)$$

Her er

$$p = \frac{d}{dt} = \text{differensialoperator}$$

Vi skal anta at nettonasjonalproduktet ved normal kapasitetsutnyttelse Y_n er proporsjonal med beholdningen av realkapital K.

$$Y_n = \nu K \qquad (3.2)$$

(3.1) og (3.2) gir således

$$y_n = k \qquad (3.3)$$

hvor k er veksthastigheten for realkapitalen K.

For konsumfunksjonen antar vi at det er den privat disponible inntekt $Y - T$ som er bestemmende for det private konsum.

$$C_p = a(Y - T) \tag{3.4}$$

Her er

C_p = privat konsum
Y = nettonasjonalprodukt
T = skattebeløp betalt av den private sektor til den offentlige sektor, reknet netto.

Fra (3.4) og økosirklikningen

$$Y = C_p + I_p + G \tag{3.5}$$

får vi

$$Y = \frac{I_p + G}{(1 - a)} \div \frac{aT}{(1 - a)} \tag{3.6}$$

Her er

I_p = privat nettorealinvestering
G = offentlig kjøp av varer og tjenester fra den private sektor.

Sammenhengen mellom nettorealinvestering I og realkapitalen K er gitt ved likningen

$$\dot{K} = I \approx I_p \tag{3.7}$$

slik at

$$k = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I}{K} \tag{3.8}$$

Forholdet mellom nettonasjonalproduktet Y og nettonasjonalproduktet ved normal kapasitetsutnyttelse Y_n benevnes x

$$x = \frac{Y}{Y_n} \tag{3.9}$$

(3.2), (3.6), (3.8) i (3.9) gir således

$$x = \frac{I_p}{(1 - a)\nu K} + \frac{G}{(1 - a)\nu K} \div \frac{aT}{(1 - a)\nu K} \tag{3.10}$$

$$= \frac{k}{s\nu} + \frac{g}{s\nu} \div \frac{(1 - s)t}{s\nu}$$

Her er

$$g = \frac{G}{K}$$

$$t = \frac{T}{K}$$

$$s = (1 - a)$$

Investeringsfunksjonen antar vi er gitt ved likningen

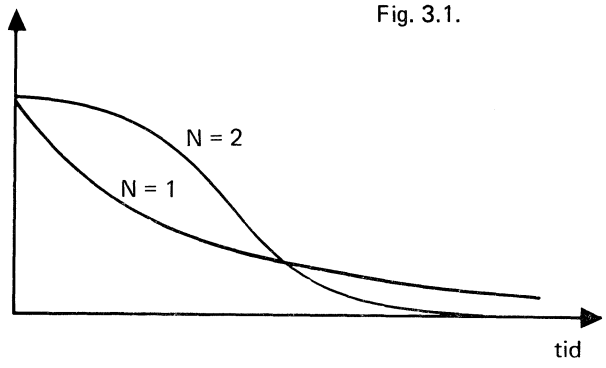
$$\frac{I}{K} = k = \left(\frac{N\omega}{p + N\omega}\right) \{a\varkappa + \gamma(x - 1) + p(c - r)\} \tag{3.11}$$

Her er $\varkappa$ veksthastighsten forutsatt av den private sektor, r er renten og c er en konstant som kan bli tolket som den marginale produktiviteten av kapital ved normal kapasitetsutnyttelse.

a, γ, p og ω er positive konstanter og N er et positivt helt tall.

Den første parantesen på høyre side av likningen (3.11) gjør at det blir tidsforsinkelse mellom endringer i $\varkappa$, x og r og endringer i forholdet $\frac{I}{K} = k$. p er her differensialoperatoren d/dt. Leddet må tolkes som en dynamisk vektfunksjon. For $N = 1$ blir vektfunksjonen som vist på fig. 3.1 eksponensielt avtagende. Tilfellet $N = 2$ er også vist på den samme figur. Vi ser at investor for $N = 2$ legger større vekt på hendelser kort tid tilbake i tid og mindre vekt på hendelser langt tilbake i tid.

Fig. 3.1.



Veksthastigheten $\frac{\dot{P}}{P}$ for prisnivået antar vi er tilnærmet gitt ved likningen

$$\frac{\dot{P}}{P} = \Theta(x - 1) - y_n + \delta \tag{3.12}$$

her er

Θ, δ = positive konstanter
P = prisnivået

$$P = \frac{dP}{dt}$$

Rentenivået antar vi ut fra Keynes er gitt ved likningen

$$r = \varepsilon + \mu(\ln Y + \ln P - \ln M) \tag{3.13}$$

Her er

M = pengemengden
ε, μ = positive konstanter

For å arbeide med lineære differensiallikninger innføres følgende tilnærmelse

$$\ln Y = \ln Y_n + \frac{Y - Y_n}{Y_n}$$

$$= \ln Y_n + x - 1 \qquad (3.14)$$

Vi ønsker nå å overføre Philips modell til ønsket form dvs.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{Y} &= P\underline{x} \end{aligned} \qquad (3.15)$$

Utregnet gir dette*

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Her er

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -\frac{\omega}{s\nu}(s\nu - \gamma) \\
a_{12} &= -\frac{\varrho\omega}{s\nu} \\
a_{21} &= -\frac{\omega}{s\nu}\mu(s\nu - \gamma) + \Theta\mu \\
a_{22} &= -\frac{\varrho\omega}{s\nu}\mu \\
b_{11} &= \omega/s\nu \\
b_{12} &= -\frac{(1-s)}{s\nu}\omega \qquad (3.16) \\
b_{13} &= 0 \\
b_{21} &= \frac{\omega}{s\nu}\mu \\
b_{22} &= \div\frac{\omega}{s\nu}(1-s)\mu \\
b_{23} &= -\mu \\
x_1 &= x - x_0 = x - 1 \\
x_2 &= r - r_0 \\
u_1 &= g - g_0 \\
u_2 &= t - t_0 \\
u_3 &= m - m_0 \quad m = \frac{\dot{M}}{M} \qquad (3.17)
\end{aligned}$$

Her er r_0, g_0, t_0, m_0 de stasjonære verdier. Verdiene på disse vil bli spesifisert nærmere siden. $x - x_0$, $r - r_0$, osv. er de transiente verdier, det er kun disse som er av interesse ved analyse av systemets dynamiske egenskaper.

Vi vil nå først analysere vårt system under forutsetning av konstant rentenivå dvs. $r = r_0$, $x_2 = \dot{x}_2 = 0$.

Likningen (3.16) antar da formen

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 \qquad (3.18)$$

Forutsetter vi at det er ingen tilbakekobling fra den tilstandsvariable x_1 til systemets pådragsvariable u_1 og u_2 samt at u_1 og u_2 er lik 0 vil løsningen for (3.18) anta formen

$$x_1(t) = x_1(0)^{a_{11}t} = x_1(0)e^{\lambda_1 t} \qquad (3.19)$$

Egenfrekvensen λ_1 blir således for likning (3.18) lik a_{11} under de nevnte forutsetninger.

$$\lambda_1 = a_{11} = -\frac{\omega(s\nu - \gamma)}{s\nu} \qquad (3.20)$$

Vi ser umiddelbart fra ligning (3.19) at betingelsen for stabilt system er $\lambda_1 < 0$. Har vi et n'te ordens system blir tilsvarende stabilitetsbetingelsen

$$Re\{\lambda_i\} < 0$$

for alle i

$$i = 1, 2, \ldots n \qquad (3.21)$$

Re står her for realverdien av egenfrekvensen. Som kjent kan vi ha komplekst konjungerte egenfrekvenser, dette indikerer bare at vi får svingninger i vårt system.

Betingelsen $\lambda_1 < 0$ medfører:

$$\lambda_1 = -\frac{\omega}{s\nu}[s\nu - \gamma] < 0 \qquad (3.22)$$

$$\gamma < s\nu$$

Med $\gamma > s\nu$ vil ethvert avvik fra den stasjonære banen $Y = Y_n$ medføre et voksende avvik fra denne banen. Tallverdier for konstantene γ, s og ν taes fra tabell 1.

Vi ser umiddelbart at systemet er ustabilt uten noen form for tilbakekobling. Vi er nå interessert i å innføre tilbakekoblinger fra den tilstandsvariable x_1 til systemets pådragsvariable u_1 og u_2. Antar vi at skattebeløpet, betalt av den private sektor til den offentlige sektor, er bestemt av det offentlige gjennom ligningen

$$T = \beta Y \qquad (3.23)$$

gir dette ut fra ligning (3.10)

$$\begin{aligned} u_2 &= \beta\nu x_1 \\ t_0 &= \beta\nu x_0 = \beta\nu \end{aligned} \qquad (3.24)$$

(3.24) i (3.18) gir nå

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + b_{12}\beta\nu x_1 + b_{11}u_1 \qquad (3.25)$$

Egenfrekvensen λ_1 blir nå flyttet til

$$\lambda_1' = a_{11} + b_{12}\beta\nu$$

$$= -\frac{\omega}{s\nu}(s\nu - \gamma + (1-s)\beta\nu) \qquad (3.26)$$

* Likningen (3.16) er en tilnærmelse. Det er neglisjert virkningen for den deriverte av de pådragsvariable t og g.

Vi ser at innføringen av tilbakekoblingen $T = \beta Y$ har virket stabiliserende da $(1 - s)$, β og ν alle er større enn 0. Det gjenstår nå å innføre tilbakekobling fra x_1 til u_1. Antar vi at offentlig kjøp av varer og tjenester fra den private sektor G er bestemt av det offentlige gjennom ligningen

$$G = \eta_1(Y - Y_n) + \eta_2 Y_n \tag{3.27}$$

gir dette ut fra ligningen (3.10)

$$\begin{aligned} u_1 &= \eta_1 \nu x_1 \\ g_0 &= \eta_2 \nu x_0 = \eta_2 \nu \end{aligned} \tag{3.28}$$

(3.24) og (3.28) i (3.18) gir nå

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + b_{11}\eta_1\nu x_1 + b_{12}\beta\nu x_1 \tag{3.29}$$

Egenfrekvensen λ_1 blir nå flyttet til

$$\lambda_1'' = -\frac{\omega}{s\nu}[s\nu - \gamma \div \eta_1\nu + (1 - s)\beta\nu] \tag{3.30}$$

Betingelsen for at den nye tilbakekoblingen skal virke stabiliserende er $\eta_1 < 0$. Denne betingelsen innebærer at det offentlige må øke sitt kjøp av varer og tjenester utover det «normale kjøp» under lavkonjunktur $(Y - Y_n < 0)$ og motsatt under høykonjunktur. Før vi nå går videre til å analysere annen ordens systemet gitt av ligning (3.16), vil vi kontrollere de utledede stabilitetsbetingelser ved innsetting av tallverdier fra tabell 1.

Uten noen form for offentlig styring er stabilitetsbetingelsen $\gamma < s\nu$ (3.22). Tallverdier gir $\gamma < \frac{1}{16}$. Systemet er m.a.o. ustabilt da $\gamma = 0.1$. Innføring av tilbakekoblingen $T = \beta Y$ (3.23) virker stabiliserende, stabilitetsbetingelsen blir nå

$$s\nu - \gamma + (1 - s)\beta\nu > 0$$

Innsatte tallverdier gir her kravet $\beta > 0.2$. Systemet er m.a.o. på stabilitetsgrensen da skatteparameteren $\beta = 0.2$. Det er for øvrig interessant å legge merke til at Philips konkluderer med at den dynamisk økonomiske modell som ligning (3.18) beskriver er ustabil uten å komme inn på at det offentlige har naturlige (automatiske) tilbakekoblinger i systemet som virker stabiliserende.

Vi vil nå anta at skatteparameteren β er konstant innenfor det betraktede variasjonsområde. Dette medfører at vi får en modifikasjon av ligning (3.16) da vi antar at ligning (3.24) $u_2 = \beta\nu x_1$ går inn som en naturlig tilbakekobling i vårt system og således er utenfor kontroll av det offentlige betraktet på kort sikt. (På lang sikt er det selvfølgelig mulig å endre skatteparameteren β innen visse grenser).

Den modifiserte versjon av ligning (3.16) blir nå

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}' & a_{12} \\ a_{21}' & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{13} \\ b_{21} & b_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Her er

$$a_{11}' = -\frac{\omega}{s\nu}(s\nu - \gamma + \beta\nu(1 - s))$$

$$a_{21}' = -\frac{\omega}{s\nu}(s\nu - \gamma + \beta\nu(1 - s)) + \Theta\mu \tag{3.31}$$

Vi vil nå benytte ligning (2.18) til å finne tilbakekoblingsmatrisen G'

$$G' = H^{-1}(\Lambda_0 - \Lambda)RF^{-1} \tag{2.18}$$

Her er

$H = M^{-1}B$
$F = D \cdot M$
$M =$ modalmatrisen for matrisen A

Innsatte tallverdier i ligning (3.31) gir

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1.6 \\ 0.04 & -0.064 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0.64 & -0.04 \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

Vi antar at både x_1 og x_2 er direkte målbare, dette gir da for matrisen D

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Egenverdiene for matrisen A bestemmes av

$$det(\Lambda I - A) = 0$$

som gir

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0.032 + j\,0.25 \\ \lambda_2 &= -0.032 - j\,0.25 \end{aligned}$$

eller

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.032 + j\,0.25 & 0 \\ 0 & -0.032 - j\,0.25 \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

Hensikten er nå å utforme en tilbakekobling $\underline{u} = b\underline{x}$ som flytter egenverdiene dit vi nå ønsker. Vi har til nå ikke spesifisert begrensninger for elementene g_{ij} i matrisen G. Dette innebærer at vi i prinsippet kan flytte egenverdiene til et hvert sted vi måtte ønske. I realiteten vil elementene g_{ij} for et økonomisk system være begrenset slik at området hvor vi kan flytte egenverdiene også er begrenset.

Plassering av egenverdiene i ønskede punkter må bli foretatt ut fra en vurdering av det økonomiske systems innsvingningsforløp. Ofte vil en avgjøre innsvingningsforløpet ut fra avviket fra den stasjonære verdi. For små avvik fra stasjonærverdien er hurtig konvergens ønskelig, dette innebærer at den reelle del av egenverdien må ha stor negativ verdi.

For store avvik fra stasjonærverdien vil langsom konvergens være ønskelig såfremt systemet ikke er oscilatorisk. For et oscilatorisk system med relativ høy svingefrekvens vil hurtig konvergens være ønskelig.

Vi ønsker nå at vårt system skal ha hurtig konvergens samt et ikke oscilatorisk innsvingningsforløp. Matrisen Λ_0 velges således lik

$$\Lambda_0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

Innsatt i ligning (2.18) gir dette

$$G' = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{0.04} \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

Det kan nå være ønskelig å tolke de resultater vi har kommet fram til i tidsplanet. Vårt opprinnelige system hadde kompleks konjungerte egenverdier. Dette impliserer et oscilatorisk innsvingningsforløp som vist på fig. 3.2.a. Periodetiden T er lik 25 år.*

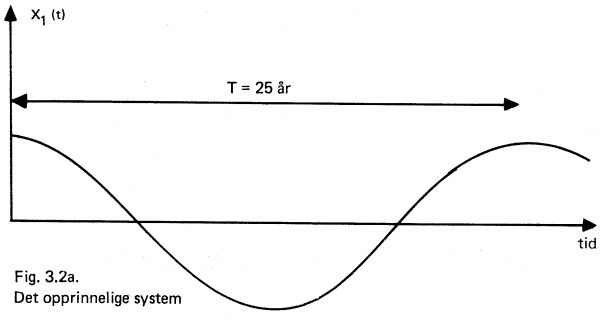


Fig. 3.2a.
Det opprinnelige system

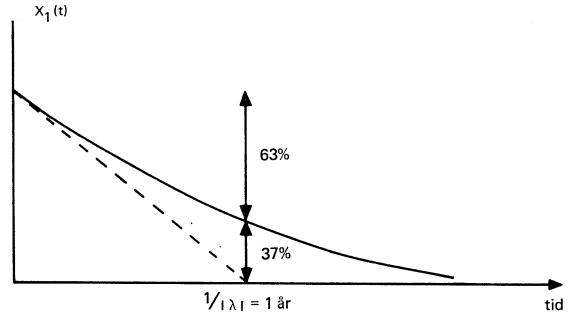


Fig. 3.2b. System med innføring av tilbakekobling $\underline{u} = G'\underline{X}$

Den relative dempningsfaktor $\zeta = 0.12$, dvs. vårt system er svært lite dempet.

I fig. 3.2b med forskjellig tidsskala fra fig. 3.2 a er vist innsvigningsforløpet for vårt system med tilbakekobling $\underline{u} = G\underline{x}$ og hvor matrisen G er gitt av likning (3.36). Virkningen av en forstyrrelse ved tiden $t = 0$ er redusert med 63% allerede etter 1 år. Den hurtige konvergens har kun vært mulig ved innførelse av tilbakekobling fra begge av systemets tilstandsvariable x_1 og x_2. Det er således et meget vesentlig poeng at pådragsvektoren $\underline{u}$ genereres ved en lineær transformasjon av *hele* tilstandsvektoren $\underline{x}$. Dette er en av de store forskjeller mellom konvensjonell og moderne styringsteori. Som et eksempel kan således nevnes at Phillips i en artikkel i Economic Journal June 1954 viser eksempel på bruk av konvensjonell styringsteori på en makroøkonomisk modell. (Se også R.C.D. Allen Macro-Economic Theory kap. 18).

Den kompensasjon som blir foretatt kan bli utført atskillig mer elegant ved bruk av modalkontroll. Phillips lager tilbakekoblinger kun fra en del av systemets tilstandsvariable, og mulighet for tilfredsstillende kompensasjon blir således begrenset.

Vårt system i denne artikkel ble beskrevet ved hjelp av to tilstandsvariable x_1 og x_2. Allerede dette annet ordens system er på grensen av hva som er mulig å få beregnet for hånd. Det kan i den anledning nevnes at instituttet for reguleringsteknikk N.T.H. har utviklet regnemaskinprogrammer for modalkontroll som er i stand til å håndtere 20—30 tilstandsvariable. For så pass store dynamiske systemer er modalteori et meget viktig verktøy for opplegg av en total styringsstrategi for et system.

4. Avslutning.

Vi har i denne artikkelen skissert anvendelse av et av de mest sentrale områder innen moderne styringsteori, modalkontroll. Hensikten har vært å henlede oppmerksomhsten mot et av de områder innen cybernetikken hvor muligheten for anvendelse innen økonomi er stor. Den største vanskelighet for direkte appliserbarhet vil være dynamisk modellbygging.

---

* Det er her viktig å presisere at periodetiden avtar med økende negativ verdi på η^1, som er det offentliges handlingsparameter for kjøp av varer og tjenester i vår modell. Periodetiden vil således ligge i området 5—10 år for realistiske verdier på η^1. Modellen er imidlertid for enkel til å kunne beskrive en komplisert makroøkonomisk virkelighet med rimelig grad av nøyaktighet. Modellen er gjort så pass enkel mer for å demonstrere en reguleringsteknisk metode.

En bør således mer sentrere oppmerksomheten om metoden enn mot gyldighet av de numeriske svar.

De problemer av erkjennelsesmessig art økonomisk modellbygning innebærer er med vilje utelatt i denne artikkelen.

Det kan til slutt nevnes at store forskningsteam i utlandet, bestående av ingeniører og økonomer, for tiden arbeider med dynamisk modellbygning og moderne styringsteori anvendt på økonomisk teori.

Tabell 1.

$\omega = 1.0$
$s = 0.25$
$\nu = 0.25$
$\gamma = 0.1$
$\varrho = 0.1$
$\Theta = 1.0$
$\mu = 0.04$
$\beta = 0.2$

SOSIAL PLANLEGGING

SOSIONOMER, SOSIOLOGER, SOSIALMEDISINERE, STATSVITERE, ØKONOMER.

Andersson & Skjånes As, Institutt for samfunnsplanlegging, søker nye medarbeidere for planleggingsoppgaver i sosial- og helsesektoren.
Arbeidserfaring på dette området er en fordel, men vel så stor vekt legger vi på evner til nytenkning og konkretisering av nye retningslinjer for planlegging av utbyggingsoppgaver og organiseringen av sosialt arbeid i vårt samfunn.
For å kunne løse de arbeidsoppgaver vi står foran er god samfunnsorientering en forutsetning. Videre bør han/hun kunne arbeide selvstendig og metodisk ved undersøkelser og analyser av sosiale og miljømessige aspekter innenfor planleggingen.
Arbeidsoppgavene er krevende, men samtidig stimulerende for den personlige og faglige utvikling. Oppgavene løses innenfor tverrfaglige arbeidsgrupper, men med god anledning for den enkelte til faglig fordypning.
Andersson & Skjånes As, Institutt for samfunnsplanlegging, arbeider med planleggingsoppgaver i alle deler av landet. Instituttet har hovedkontor i Sandvika og avdelingskontorer i Stavanger, Bergen, Trondheim og Bodø.
Gode arbeids- og lønnsforhold, 5 dagers uke og pensjonsordning.
Nærmere opplysninger fås ved henvendelse til hovedkontoret, telefon 54 33 50.

Skriftlig søknad
med referanser og avskrift av vitnemål sendes til

ANDERSSON & SKJÅNES AS
Institutt for samfunnsplanlegging
Ringeriksveien 23, Postboks 32,
1301 Sandvika

Basic framework of an input-output planning model, with a commodity-sector approach*)

BY
CAND. OECON. OLAV BJERKHOLT OG
CAND. OECON. SVEIN LONGVA
CENTRAL BUREAU OF STATISTICS OF NORWAY

MODIS IV will be the fourth version in a series of macro-economic models constructed and used by the Central Bureau of Statistics of Norway. Like its predecessors MODIS IV will combine a disaggregated input-output framework with a number of additional relations and auxiliary assumptions. The MODIS models have been used to a great extent by the Ministry of Finance in the preparation of one-year plans (National Budgets) and the detailed spesifications of the models have been strongly influenced by the needs of this purpose. The main concept of the model framework are introduced and defined in section 2, in section 3 and 4 the concepts of the activity analysis framework are given empirical content and in section 5 some possibilities of combining the input-output framework with other relations are outlined.

1. Introduction

This paper presents a commodity-activity-sector approach to input-output models. This framework will be applied in the macro-economic model MODIS IV which will be the fourth version in a series of models constructed and used by the Central Bureau of Statistics of Norway over the last decade.[1]) The MODIS models have been used to a great extent by the Ministry of Finance in the preparation of one-year plans (National Budgets) and the four-year plans and the detailed specifications of the models have been strongly influenced by the needs of this purpose.

Like its predecessors MODIS IV will combine a disaggregated input-output framework with a number of additional relations and auxiliary assumptions.

Besides the input-output model there will be submodels for prices, employment, import, private consumption, and indirect and direct taxation. These submodels will be highly interrelated with each other as well as with the input-output model. The input-output framework presented in this paper will probably be applied not only for MODIS IV, but also for later

* A paper presented to the Fifth International Conference on Input-Output Techniques in Geneva, January 11—15, 1971. The paper is an outcome of a series of discussions between the authors and other members of the research staff of the Central Bureau of Statistics. The authors recognize the impossibility of distinguishing their own contributions to the content of this paper from those of their senior colleagues Arne Amundsen and Per Sevaldson to whom they wish to express their sincere thanks also for valuable support in the drafting of the paper.

[1]) The earlier versions were named MODIS I, II and III. MODIS I which was in operation from 1960 to 1965 is outlined and discussed in:

Per Sevaldson: An Interindustry Model of Production and Consumption in Norway. Income and Wealth. Series X. London 1964.

MODIS II which was in operation from 1965 to 1967 is presented in:

Per Sevaldson: MODIS II. A macro-economic model for short-term analysis and planning. Artikler from the Central Bureau of Statistics, no. 23, 1968.

MODIS III which is the current version is described and discussed in:

Olav Bjerkholt: A precise description of the system of equations of the economic model MODIS III. Artikler from the Central Bureau of Statistics, no. 24, 1968.

Per Sevaldson: Data Sources and User Operations of MODIS, a Macro-economic Model for Short-term Planning. Paper presented at UN First Seminar on Mathematical Methods and Computer Techniques in Bulgaria 1970.

versions in the MODIS series. It is hoped that there may be available resources for exploration of use of this framework in more «advanced» models. Such models may include production function in labour and capital, capacity restrictions, and suboptimalisations. Further development will also widen the application area of the model, for instance the treatment of pollution and the regional distribution of production.

The extreme simplicity of the original Leontief model, including the duality between the price relations and the quantity relations, was to a great extent preserved in the earlier MODIS versions. The benefits of this simplicity have been quite substantial for practical applications of the models. It has been found, however, that the simple input-output model does not take full advantage of the available input-output data base. In the earlier versions the input-output framework was a square matrix of coefficients relating sector inputs and sector outputs in a way closely related to the original Leontief scheme.

The commodity-activity-sector approach to input-output is meant to represent a conceptual as well as an empirical improvement over this traditional input-output framework. The new framework will distinguish explicitly between three different aspects of commodity production in sectors, namely, the way of producing which is a technological concept, the result of production which is a commodity concept, and the localization of production in establishments which is an organisational concept. The sector concept of the traditional input-output model implicitly identifies these three aspects, which in the new framework will be denoted as Activity, Commodity, and Sector.

The commodity-activity-sector approach to input-output will, accordingly, differ from the traditional square matrix of input-output coefficients. The framework adopted is more related to that of the general linear activity analysis.[2]) The main concepts of the model framework are introduced and defined in section 2.

In section 3 and 4 the concepts of the activity analysis framework are given empirical content, and it is described how the coefficients of the activity framework are to be determined from the input-output data base of the national accounts. Readers uninterested in the empirical content of the concepts of this framework may skip section 3 and 4.

The activity analysis framework is well suited for embedding into wider model frameworks. Some possibilities of combining the input-output framework with other relations are outlined in section 5.

[2]) See e.g. Koopmans, ed.: Activity Analysis of Production and Allocation. London 1951.

2. Basic Concepts of the Activity Model

The two central concepts of the Activity model are *Commodity* and *Activity*. By Commodity is meant a grouping of goods and services. The Commodities include as proper aggregates all commodities of the Bruxelles nomenclature. Other Commodities are grouping of services. The number of Commodities is n_X.

By Activity is meant a process which transforms a set of input Commodities in fixed proportions into a set of output Commodities in fixed proportions. The scale of an Acitivity is a continuous non-negative variable called the *Activity level*. The fixed proportions of input and output are preserved under scale variations. The number of Activities is n_A.

The Activities are as two matrices, Λ^- and Λ^+, containing the fixed proportions of input and output Commodities respectively. We assume that inputs and outputs of commodities are valued in a set of fixed prices. The total input to or output from an Activity can on this assumption be measured in currency units.

(2.1) $$\Lambda^- = \text{«Activity input matrix»}, \quad \text{Dim } \Lambda^- = (n_X, n_A)$$

The element on row i and column j of Λ^- is equal to the ratio between input of Commodity i in Activity j and the total input of Activity j.

(2.2) $$\Lambda^+ = \text{«Activity output matrix»}, \quad \text{Dim } \Lambda^+ = (n_X, n_A)$$

The element on row i and column j of Λ^+ is equal to the ratio between output of Commodity i in Activity j and the total output of Activity j.

(2.3) $A^- =$ «Activity inputs», Dim $A^- = n_A$

The elements of A^- are equal to total input of the n_A Activities.

(2.4) $A^+ =$ «Activity outputs», Dim $A^+ = n_A$

The elements of A^+ are equal to total output of the n_A Activities.

(2.5) $X^- =$ «Commodity inputs», Dim $X^- = n_X$

The elements of X^- are equal to the sum of input to all Activities of the n_X Commodities.

(2.6) $X^+ =$ «Commodity outputs», Dim $X^+ = n_X$

The elements of X^+ are equal to the sum of output from all Activities of the n_X Commodities.

From the definitions (2.1)—(2.6) two immediate relations follow.

(2.7) $$X^- = \Lambda^- A^-$$

(2.8) $$X^+ = \Lambda^+ A^+$$

The Activities comprise all sources of supply and all uses of the various Commodities recognized by the

national accounts with the exceptions mentioned after (2.13) below. The Activities can be subdivided accordingly as in the following list.

I. Import Activities (B)
II. Production Activities (P)
III. Final demand Activities
  (i). Private consumption Activities (C)
  (ii). Public consumption Activities (G)
  (iii). Gross investment Activities (I)
  (iv). Export Activities (E)

(The capital letters on each line will later be used as subscripts by subdivision of Activities).

The Activities in group I have empty input columns while Activities in group III have empty output columns.

The Activity level is equal to the absolute value of the difference between the total output of Commodities from and input of Commodities to an Activity.

$$(2.9) \quad A = |A^+ - A^-| = \text{«Activity levels»}, \quad \text{Dim } A = n_A$$

It follows that the Activity level of an import Activity is equal to total output, the Activity level of a final demand Activity is equal to total input, and the Activity level of a production Activity is equal to net input which will be denoted beside «Activity level» as «gross product of the Activity».

Activity levels are obviously non-negative.

For production Activities nothing has been said so far about the proportions between total input and total output of the Activities. Formally, these proportions are determined by two vectors of productivity coefficients.

$$(2.10) \quad \eta^- = \text{«input productivity coefficients»}, \quad \text{Dim } \eta^- = n_A$$

The elements of η^- are equal to the ratios between the total input and the Activity level of each Activity.

$$(2.11) \quad \eta^+ = \text{«output productivity coefficients»}, \quad \text{Dim } \eta^+ = n_A$$

The elements of η^+ are equal to the ratios between the total output and the Activity level of each Activity.

By definition the elements of η^- are equal to zero for import Activities and equal to one for final demand Activities. For the elements of η^+ the opposite is the case. The function of the productivity coefficients is to normalize the input and output columns of the production Activities.

$$(2.12) \quad \Lambda = \Lambda^+\hat{\eta}^+ - \Lambda^-\hat{\eta}^- = \text{«Activity matrix»}, \quad \text{Dim } \Lambda = (n_X, n_A)$$

The proper interpretation of Λ is net output of the various Commodities per unit of Activity levels.

$$(2.13) \quad X = X^+ - X^- = \text{«Commodity surplus»}, \quad \text{Dim } X = n_X$$

The Commodity surplus vector is the net surplus (which may be negative) from all Activities of the n_X Commodities. The neutral term «net surpuls» has been chosen because this vector may have different interpretations depending on the exact specification of the model. The net surplus may include, for instance, an unexplained residual, net addition to stocks, or other final demand items not accounted for by Activities. It may even be assumed to be zero by definition.

The *basic equation* of the Activity model is the following.

$$(2.14) \quad X = \Lambda A$$

This equation follows rather trivially from the definitions above. It comprises n_X relations between $(n_X + n_A)$ variables assuming the matrix Λ to be a known matrix). We shall discuss at some length in section 5 various ways of «closing» a model including the basic equation, that is various ways of adding to (2.14) a sufficient set of additional relations and assumptions of exogenous variables to determine all elements of A and X. The discussion will be extended to include relations between price indices of Commodities and Activity levels and interrelations between price and quantity variables.

The Activity matrix and the vector of Activity levels can be subdivided by type of Activity and the equation (2.14) can be rewritten as

$$(2.15) \quad X = \Lambda_B A_B + \Lambda_P A_P + \Lambda_B A_C + \Lambda_G A_G + \Lambda_I A_I + \Lambda_E A_E$$

The imkort Activities given as the columns of Λ_B are typically columns with only one non-zero element. For each imported Commodity there corresponds at least one Activity with a unit element on the row of the Commodity in question. Several import Activities for the same Commodity may be introduced to distinguish between foreign markets. The elements of A_B are equal to the imported quantities of the various Commodities.

The production Activities are related to the columns of the traditional input-output matrix. The fixed ratios between input Commodities are maintained. The production Activities differ, however, from the columns of the traditional input-output matrix in three respects. First, multiple output of Commodities from a single Activity are allowed. Secondly, the same Commodity may be produced in different Activities, and thirdly, Activity coefficients are normalized by gross product, not gross production. The Activity levels A_P are equal to gross product of the Activities.

The private consumption Activities, A_C, are typically Activities with only one input Commodity aside from trade margins. The same is true for the export Activities and to a certain extent for the public consumption Activities and the gross investment Activities. A_C includes all private consumption items. A_G and A_I likewise include all public consumption and gross investment by type of public consumption and type of capital, respectively. A_E will include all or a great part of total export. Minor export Commodities may possibly be included in the Commodity surplus vector.

Each Activity belongs to one and only one *Sector*. The import Activities are grouped together in an import Sector and similarly for the other subdivisions of Activities except production Activities. The production Activities are grouped in a number of *production Sectors*. The production Sector comprises a number of production Activities. The number of Sectors is n_S.

Input and output of Sectors can be aggregated from Activity inputs and outputs. The aggregations are performed by an aggregation matrix.

(2.16) $\Sigma =$ «aggregation matrix», Dim $\Sigma = (n_S, n_A)$

(2.17) $S^- =$ «Sector inputs», Dim $S^- = n_S$

(2.18) $S^+ =$ «Sector outputs», Dim $S^+ = n_S$

The aggregation from Activities to Sectors can then be written as:

(2.19) $$S^- = \Sigma A^-$$

(2.20) $$S^+ = \Sigma A^+$$

(The matrix Σ has one unit element in each column and zeros elsewhere).

The «Sector levels» can likewise be introduced as

(2.21) $$S = \Sigma A$$

The Sectors can be subdivided like the Activities.

3. Classification of commodities and production sectors

Commodities and sectors in the Activity model will be closely related to corresponding concepts in the Norwegian national accounts. The Norwegian national accounts are under revision. The new version will, with some modifications, follow the principles laid down in the new System of National Accounts.[3]) The central part of the national accounts of real transactions will be two matrices, one for the deliveries of commodities *to* sectors, the *sector input table*, and one for the deliveries of commodities *from* sectors, *sector output table*. This has in fact for a long time been the structure of the real transactions in the Norwegian national accounts.

In the national accounts there are specified about 1 500 different commodities (NA-commodities, most of them proper aggregates of commodities in the Bruxelles nomenclature, and nearly 150 production sectors, each being a proper aggregate of establishments.[4])

The sector concept in the model is identical with the sector concept in the national accounts. This means that the Activity model will get nearly 150 production Sectors.

The NA-commodities are on the other hand too disaggregated to serve as Commodities in the model. In principle only NA-commodities which either are produced for technical reasons in fixed proportions or have the same input structure and are completely substitutable in the demand should be aggregated. This will give homogenous Commodities. But in addition to that such information in general is not available, this procedure, strictly followed, will result in a too large number of Commodities.

Instead we shall mainly base the aggregation of NA-commodities on the so-called «*principle of main producer*». This means that all NA-commodities with the same Sector as the main producer will form one Commodity. The procedure will give a proper aggregation of NA-commodities because each NA-commodity will be part of one and only one Commodity.

The result of the procedure of classifying Commodities as outlined above, is quite dependent on the aggregation of establishments to production Sectors in the national accounts. The revision of national accounts which now takes place also includes a revision of the sector classification and the objective of getting as homogenous Commodities as possible in the model will be decisive for this revision.

The principle of main producer will result in the same number of Commodities as production Sectors, given that each production Sector is the main producer of at least one NA-commodity. But the classification of Commodities must also take account of the need for an

[3]) See A System of National Accounts, Department of Economic and Social Affairs, United Nations, New York, 1968.

[4]) The aggregation of establishments to sectors is based on the Norwegian version of the International Standard Industrial Classification of All Economic Activities. In ISIC the micro commodities are grouped in such a way that each group consists of «similar» micro commodities, and all establishments whose characteristic commodity — that is the commodity which has the largest share of the value of production — belongs to the same ISIC commodity group are aggregated to one ISIC-sector. The composition of output of the establishments will change over time but each establishment will, in principle, be reclassified when the characteristic commodity change. The ISIC-sectors are the starting point for the aggregation to the production sectors of the national accounts.

adequate classification of imports and final demand as well as a reasonable representation of the structure of the indirect tax system. This will lead us to subdivide some of the commodities defined according to the principle of main producer. In the model there will consequently be more Commodities than production Sectors. The number of Commodities will be about 200.

The need for considering Commodities explicitly in the input-output framework beside Sectors is clear from a study of the Sector output table with the grouping of commodities and sectors discussed above. From this table it is evident that identical Commodities are produced in different Sectors and this «inconvenience» cannot be eliminated by reclassifying establishments. At the same time the table has, not surprisingly, a markedly diagonal structure with one or few Commodities dominating the output from most Sectors. The Commodity with the largest share of output from a Sector will be called the *characteristic Commodity* of the Sector. A corresponding definition will be used for the characteristic Commodity of an Activity.

4. The Activity Matrix

In this section we shall propose an estimation procedure of the elements of the Activity matrix, denoted by the elements of $\Lambda = \Lambda^{+}\hat{\eta}^{+} - \Lambda^{-}\hat{\eta}^{-}$, from observations of the Sector input table and the Sector output table in a base year.

The Activity input and output matrix follows immediately from the Activity input and output tables. The Activity input table gives the input of Commodities to Activities and the Activity output table gives the output of Commodities from Activities.

At the level of aggregation of the model, observations of inputs to and outputs from Activities of the various Commodities are not directly available in existing statistical data. The data base for the estimation of the elements of the Activity input and output tables will mainly be the Sector input and Sector output tables in the new version of the Norwegian national accounts (see section 3). The estimation procedure will, however, allow for use of more direct information, such as engineering data, etc., whenever available.

The Activity input and output tables must fulfill an *aggregation condition*, that is, aggregation over Activities in these tables according to the aggregation matrix Σ (see 2.16) must give the corresponding Sector tables.

The transition from the Sector output table to the Activity output table is done directly by distributing the outputs of Commodities from each Sector between the Activities in the Sector.

We shall specify about 250 production Activities in the first version of the Activity model. In this set of Activities, which we shall call the «*Ordinary Set*» in the following, all production of each Commodity in each Sector will be allocated to the same Activity. It will consequently be possible to identify each Activity by stating the characteristic Commodity and the Sector it belongs to, because a Commodity can only be the characteristic Commodity of one Activity in each Sector.

In general, we specify an Activity for each of the Commodities which a Sector produces on a significant scale. For quite a few Activities we will assume multiple output. In principle, two or more Commodities should be allocated to the same Activity only if for technical or other reasons it is not possible to vary the ratios between the output quantities of these Commodities. But due to the relatively high level of aggregation in the model (about 150 production Sectors and 200 Commodities) as well as to the general principle used in the Commodity classification (the principle of main producer) there will be very few Activities with multiple output owing to the technique of production.

On the other hand, in many Sectors there will be quite a few Commodities produced on a too small scale to deserve specification in independent Activities, although we shall go rather far in specifying Activities in the Ordinary Set. Within each Sector such small items will usually be allocated to the Activity which have the same characteristic Commodity as the Sector itself. This procedure will not change the content of these Activities very much because the production of the characteristic Commodity generally will be completely dominating in these Activities.

The data base for the determination of the elements of the Activity input table is the observed elements of the Sector input table for the base. The problem is to distribute the inputs of Commodities in each Sector between the Activities in the Sector.

Considered purely as a problem of manipulating degrees of freedom in a suitable way, a «solution» to the estimation problem can be formulated as follows. Let W_S^- be the observed Sector input table and W_A^- the Activity input table to be estimated. The number of columns in these matrices is n_S and n_A, respectively, while the number of rows in both matrices equals n_X.

The aggregation condition can be written as

$$W_S^- = W_A^- \Sigma' \tag{4.1}$$

The remaining $(n_A - n_S)$ degrees of freedom of W_A^- can be disposed of by assuming that each column of W_A^- is a *given* linear combination of the n_S columns

of an unknown matrix T_θ of dimenstion (n_X, n_S). The linear relations may also include constant terms. This opens for the possibility directly to utilize exogenous informations, such as engineering data etc.

$$W_A^- = T_\theta\,\theta + T_0 \tag{4.2}$$

$$\theta = \text{«linear restriction matrix»}, \quad \text{Dim}\,\theta = (n_S, n_A) \tag{4.3}$$

The subscript of T_θ indicates that the content of T_θ is dependent on the content of the linear restriction matrix θ.

$$T_0 = \text{«constant term matrix»}, \quad \text{Dim}\,T_0 = (n_X, n_A) \tag{4.4}$$

With W_S^-, Σ, θ and T_0 given (4.1) and (4.2) impose $n_S + n_A$ restriction on the $n_A + n_S$ columns of W_A^- and T_θ and the elements of these columns may be found if the system has a solution.

To estimate the elements of W_A^- we combine (4.1) and (4.2)

$$W_S^- = (T_\theta\,\theta + T_0)\Sigma' \tag{4.5}$$

If $\theta \cdot \Sigma'$ is nonsingular, which depends on the formulation of the dependence between W_A^- and T_θ in (4.2), we get

$$T_\theta = (W_S^- - T_0\Sigma')(\theta\Sigma')^{-1} \tag{4.6}$$

The elements of W_A^- are now easily found by combining (4.2) and (4.6).

$$\begin{aligned} W_A^- &= (W_S^- - T_0\Sigma')(\theta\Sigma')^{-1}\,\theta + T_0 \\ &= W_S^-(\theta\Sigma')^{-1}\,\theta + T_0(I - \Sigma'(\theta\Sigma')^{-1}\theta) \end{aligned} \tag{4.7}$$

The real problem is reduced to the specification of θ (and thereby the implicit interpretation of T_θ) in an economically meaningful way. We shall not go into a discussion of this «specification problem» beyond one special case. In this special case we assume that the n_A Activities in W_A may be grouped into n_S different groups in such a way that all Activities *within each group* have the same input coefficients (proportional columns in W_A^- and identical columns in Λ^-). This means that there will be only one element in each column of θ and all Activities with elements different from zero on the same row of θ will belong to the same group. All elements of T_0 will be zero. It also follows that the ratios between the elements different from zero on each row of θ will be the same as the ratios between the total input of the Activities in the group. The elements of A^- are, however, unknown as long as the elements of W_A^- are unknown. A way of solving this problem will be to assume that the ratio between the total input and total output is the same for all Activities *within each group*. The ratios between the elements on each row of θ will then be the same as the ratios between the total output of the Activities in the group.

In the special case discussed here, the elements of each column of T_θ are relative to the choice of the elements of the corresponding rows of θ. If we choose to let the elements different from zero on each row of θ be the total inputs of the corresponding Activities, which is a convenient normalisation, the elements of the columns of T_θ may be interpreted as Activity input coefficients.

The estimation of the Activity input matrix will in the first version of the Activity model be based on the assumptions made for the special case just discussed. For the Ordinary Set of production Activities the problem will be to group the n_{AP} Activities in n_{SP} different groups in such a way that it is reasonable to assume that all Activities within each group have the same input coefficients (identical columns in Λ_P^-).

In the Ordinary Set of production Activities we shall distinguish between two main categories of groups:

(i) Groups with more than one Activity and where all Activities within each group have the same characteristic Commodity. For the Activities within each of these groups we can say we are assuming a *characteristic Commodity technology* because they are assumed to have the same input structure whichever Sector they belong to.

(ii) Groups with one or more Activities where all Activities within each group belong to the same Sector. For the Activities within each of these groups we can say we are assuming a *Sector technology*.

Within the framework outlined above for the Ordinary Set of production Activities it is relatively easy to avoid the possibility that (4.1) and (4.2) will form either an overdetermined or an underdetermined system of equations. However, some care is needed. As an example it can be noted that an underdetermined system of equations will be the result if there are two or more groups of category (ii) in one or more Sectors.

5. Extensions and use of the activity analysis framework

In this section some possibilities of building a macroeconomic model around the Activity analysis framework presented in the preceding sections will be examined. The basic equation of this framework is

$$\Lambda A = X \tag{5.1}$$

The elements of A are, according to specifications given in section 2, gross product in production Activities (A_P), volumes of imported Commodities (A_B), and volume figures of final demand items (A_C, A_G,

A_I, A_E). The elements of X are Commodities for final demand not accounted for by the final demand Activities.

5.1 *The Activity analysis framework as part of an embracing model*

The basic equation (5.1) can be considered as a subset of relations within a greater macro-economic model. (We ignore for a while all dynamic aspects and subsequently dating of variables and coefficients, which otherwise would appear by superscripts, is suppressed). We shall speak in general way of (5.1) or extensions to it as the «inner model» and the remaining part of the whole model as the «outer model». The whole model is said to «embrace» the inner model. This conceptual decomposition need not be meaningful unless the model is specified as a set of equations. This is assumed in the following unless otherwise stated.

In the whole model the variables are either «exogenous» or «endogenous» in the usual sense, while in the inner model the variables are classified as either «given» or «unknown». Given variables are variables of the inner model which are either exogenous or, alternatively, can be determined from the relations of the outer model.

A «simulation» of the simple traditional input-output model which calculates gross production in sectors from a given final demand vector could be attempted by inserting in (5.1) a given Commodity surplus vector and given Activity levels for the final demand Activities. By decomposing and rearranging (5.1) can be written as

$$\Lambda_B A_B + \Lambda_P A_P = X^* - \Lambda_C A_C^* - \Lambda_G A_G^* - \Lambda_I A_I^* - \Lambda_E A_E^* \tag{5.2}$$

(Exogenous and given vectors are here and in the following indicated by a superscript ,*').

In (5.2) there are $(n_{A_B} + n_{A_P})$ unknown variables and n_X relations. Since the number of production Activities (n_{A_P}) is greater than the number of Commodities (5.2) has a positive number of degrees of freedom even if the set of import Activities is empty. The difference from the simple input-output model is that each Commodity may be produced in more than one Activity. Given final demand does not imply a unique solution of (5.2). Additional relations are necessary to determine the distribution of Commodity production between Activities having identical output Commodities (by our definition of Commodity). Such relations may arise from different theoretical assumptions.

Assuming that the whole model is well defined in the sense that all variables can be determined from given values of the exogenous variables, we shall say that the outer model «imposes» on the inner model a number of additional relations to make (5.1) a determinate system. Before going into the contents of such relations we shall look at the formal aspect of this imposition.

On the assumptions that the net surplus Commodity vector is exogenous and the imposed relations are linear the most general formulation of this imposition is a set of linear constraints including constant terms between the Activity levels, equal in number to the degrees of freedom of (5.1), that is $(n_A - n_X)$.

Under these constraints all Activity levels can be written as linear functions of a subset of n_X Activity levels. This is the way we shall formulate the constraints.

$$A_\pi = \text{«independent Activity levels»}, \quad \text{Dim } A_\pi = n_X \tag{5.3}$$

$$\Pi = \text{«linear constraints»}, \quad \text{Dim } \Pi = (n_A, n_X) \tag{5.4}$$

The non-zero elements on row i of Π indicate how the Activity level i is determined as a weighted sum of independent Activity levels exclusive of a possible given addition to the Activity level (see below). The subscript of A_π indicates that the choice of independent Activity levels is relative to the choice of the linear constraints matrix. It will be possible, in general, to choose A_π and Π in a number of different, but equivalent ways.

$$A_0 = \text{«given additions to Activity levels»}, \quad \text{Dim } A_0 = n_A. \tag{5.5}$$

The linear constraints can now be written as

$$A = \Pi A_\pi + A_0^* \tag{5.6}$$

By substitution A_π can be eliminated as the following deduction shows. Substitution of (5.6) into (5.1) gives

$$\Lambda \Pi A_\pi = X^* - \Lambda A_0^* \tag{5.7}$$

Consistency of our assumptions requires $\Lambda\Pi$ to be non-singular. Necessary conditions for this are that Rank $\Pi = n_X$ and Rank $\Lambda = n_X$. The first of these rank conditions expresses that the number of linear constraints does not supercede $(n_A - n_X)$. The second rank condition will certainly be fulfilled for the Ordinary Set of Acitivities as a consequence of the use made of characteristic Commodity by defining Activity (see section 4). The two rank conditions do not, however, imply non-singularity of $\Lambda\Pi$.

Solving (5.7) with respect to A_π and substitution back into (5.6) gives the following solution of the Activity levels.

$$A = \Pi(\Lambda\Pi)^{-1}X^* + (I - \Pi(\Lambda\Pi)^{-1}\Lambda)A_0^* \tag{5.8}$$

5.2. *Interpretations of linear constraints on the inner model*

The linear constraints matrix Π of section 5.1 may be given different interpretations. More precisely, different parts of the linear constraints matrix may be interpreted as linear specifications of different relations. Many of the most usual extensions to the traditional input-output model may be incorporated within the linear constrainst matrix. Some examples of such extensions are given below.

Linear constraints may be used to determine the relative market shares of Activities with identical output Commodities. Introduction of such constraints in the inner model will dispose of the additional degrees of freedom which the Activity model posesses over the traditional input-output model. The constraints connecting the Activity levels need not be interpreted as anything like «structural constants». The relevant elements of Π may be determined by the outer model, for instance as dependent upon the relative costs of identical Commodities produced in different Activities.

There are two important special cases of the interpretation of a submatrix of Π as market shares. One of these concerns the treatment of competitive imports. Competitive imports of a Commodity imply coexistence of an import Activity and one or more production Activities with common output Commodity. By means of the linear constraints it will be easy to formulate linear or linearized assumptions about the distribution of Commodity supply between import Activities and production Activities.

The other special case concerns the introduction of technological change in the model. For medium term applications the Activity framework offers a simple way of introducing changes in input-output coefficients. This can be done by adding new production Activities representing «new technology» and letting the linear constraints determine the shares of «old technology» and «new technology». The linear constraints may express trends or indeed any exogenously given development in technological change, or they may express relationships with other variables in the model.[5])

It is also easy to see how the linear constraints in (5.6) can be used to fix Activity levels at given values. The relevant rows of Π will have no non-zero elements while A_0 will contain the assigned values. The given values may be exogeneous or, alternatively, determined in the outer model.

For the import Activities an application would be to take care of given import quotas. For the production Activities given Activity levels could arise from an assumption of full capacity use of the Activities in question. Alternatively, the Activity levels for production Activities could be determined in the outer model, for instance by means of production functions and capital and labour allocated to the various Activities.

For the final demand Activities there are likewise various possible interpretations of the linear constraints. The final demand Activity levels may, for instance, be fixed at given values. This corresponds to the traditional input-output model with an exogenous final demand vector.

The Activity levels of the final demand Activities may be determined by introducing relations in the model which include both variables of the inner and the outer model. By solving for all variables of the outer model and linearizing, such relations can be «reduced» to linear constraints in the inner model. These linear constraints will be linear functions of the levels of production Activities. For the private consumption Activity the coefficients of such a linear function can be interpreted as composed of a number of factors like real wage income per unit of Activity level, tax rates, and Engel and Cournot derivatives.

5.3 *The dual price model*

It is well known how the traditional input-output model can be used for computing prices and quantities of gross production in sectors in two separate systems of equations. The quantities will typically be computed for given levels of final demand while prices are typically computed from given prime costs in sectors. The two systems are duals of each other.

A similar approach runs into difficulties with the Activity model. We introduce the following notation for vectors of price indices.

(5.9) $p_A =$ «Activity prices», $\text{Dim}\, p_A = n_A$.

(5.10) $p_X =$ «Commodity prices», $\text{Dim}\, p_X = n_X$.

The Commodity prices are simply price indices of the various Commodities. (We leave the question open whether Commodity prices ought to be buyers' prices, sellers' prices, or any other price concept.) The Activity prices on the other hand are price indices of the Activity levels and the interpretation depends on the type of Activity.

For import Activities the Activity prices are price indices of the imported Commodities. For production Activities the Activity prices are price indices of the gross product in the Activities. We shall refer to Activity prices of production Activities as «prime costs in Activities». For the final demand Activities the Activity prices are price indices of the various final demand items.

The basic equation (5.1) has a dual in price variables.

(5.11) $$\Lambda' p_X = p_A$$

By decomposing Λ and p_A the dual of (5.2) appears as six separate relations.

(5.12) $$\Lambda'_B p_X = p_{A_B}$$

(5.13) $$\Lambda'_P p_X = p_{A_P}$$

(5.14) $$\Lambda'_C p_X = p_{A_C}$$

(5.15) $$\Lambda'_G p_X = p_{A_G}$$

(5.16) $$\Lambda'_I p_X = p_{A_I}$$

(5.17) $$\Lambda'_E p_X = p_{A_E}$$

Consider (5.13) on the assumption that prime costs in Activities (p_{A_P}) are given. (We leave the question open how to determine the prime costs in Activities.)

(5.18) $$\Lambda'_P p_X = p^*_{A_P}$$

(5.18) contains n_{A_P} requations in n_X unknown. Since n_{A_P} is greater than n_X the system of equations (5.18) is overdetermined. The economic content of this inconsistency is obvious. Identical Commodities are produced in different Activities. There is, however, no reason to expect prices for the same Commodity calculated by cost addition from independently given prime costs in Activities to be identical.

The price calculation in the Activity model can subsequently not be based on independent price calculations for each production Activity (unless we were inclined to accept that identical Commodities can be offered and sold at different prices).

The problem can be solved in different ways. The price of a Commodity may be assumed to be fixed by cost calculation in the Activity dominating the supply of the Commodity in question. The price of a Commodity for which there are more than one production Activity with a not negligible share of total supply the price may be assumed to be determined by the least profitable Activity. In this connection it will, of course, be necessary to specify in operational terms what is meant by the «profit of an Activity». For Commodities for which there is an important Activity the world market price may be assumed to determine the domestic market price.

By letting the solutions of the price variables influence the distribution of market shares between Activities the Activity model provides an interrelation between the price and quantity calculation which is absent from the traditional input-output model. This feature can be used to determine not only Commodity production between Sectors but also the distribution between imports and domestic production, as well as the choice of production technique within a Sector with more than one Activity producing the same Commodity.

---

[5]) Besides that the Activity framework offers a simple way of taking care of technological changes by adding additional Activities representing «new technology» as described above, changes in input-output coefficients over time can be introduced without relations specifying changes in individual coefficients. The Activity input ($\Lambda-$) and output ($\Lambda+$) matrices will be undated matrices and the elements will be estimated for a base year by means of the methods described in section 4. The input and output productivity coefficients (η^-, η^+) will typically be dated coefficients allowing different ratios between input, output and gross product in production Activities. This will make the Activity matrix (Λ) a dated matrix.

Exam. oecon. — Bedriftsøkonom

Til nyopprettet stilling ved vårt statistiske kontor søkes sekretær — fortrinnsvis exam. oecon eller bedriftsøkonom.
Arbeidsområdet omfatter statistisk utredningsarbeide, herunder utregninger og oppsetting av data vedrørende verkstedsindustrien.
Arbeidet er variert og selvstendig. Søker må like å arbeide med tall, være nøyaktig og kunne vurdere resultater kritisk.
Tidligere praksis en fordel, men ingen betingelse.
Skriftlig søknad sendes snarest til

MEKANISKE VERKSTEDERS LANDSFORENING
Postboks 7072—H,
Oslo 3.

Vi ønsker alle våre lesere en riktig god sommer!

Redaksjonen

FINANS- OG TOLLDEPARTEMENTET

Underdirektør evt. Planleggingskonsulent

Fungering som underdirektør, eventuelt planleggingskonsulent, er ledig i Planleggingsavdelingen. Avdelingens arbeidsområde omfatter bl.a. økonomisk langtidsprogrammering, langsiktige perspektivanalyser og metodespørsmål innen generell økonomisk planlegging og planlegging av statens egen virksomhet, herunder bruk av «cost-benefit»-analyser. Søkerne må ha sosialøkonomisk embetseksamen eller tilsvarende utdanning.
Nærmere opplysninger ved ekspedisjonssjef Madsen i telefon 11 97 22.
Underdirektør.
Sjefsregulativets klasse 2.
Fra lønnen trekkes kr. 1 437, i pensjonsinnskudd.
Planleggingskonsulent.
Sjefsregulativets klasse 1.
Fra lønnen trekkes 1 413,— i pensjonsinnskudd.

Søknader innen 19. juli til

FINANS- OG TOLLDEPARTEMENTET,
1. administrasjonskontor, Oslo-Dep., Oslo 1.

FINANS- OG TOLLDEPARTEMENTET

Konsulent I (engasjement)

TIL PLANLEGGINGSAVDELINGEN.

Engasjement er ledig inntil 1. januar 1972.
Avdelingens arbeidsområde omfatter bl.a. økonomisk langtidsprogrammering, langsiktige perspektivanalyser og metodespørsmål innen generell økonomisk planlegging og planlegging av statens egen virksomhet, herunder bruk av «cost-benefit»-analyser.
Søkerne må ha sosialøkonomisk embetseksamen eller tilsvarende utdanning.
Nærmere opplysninger ved ekspedisjonssjef Madsen i telefon 11 97 22.
Lønnsklasse 20.

Søknader innen 19. juli til

FINANS- OG TOLLDEPARTEMENTET,
1. administrasjonskontor, Oslo-Dep., Oslo 1.

SOSIALDEPARTEMENTET

Ekspedisjonssjef, Underdirektør og Konsulenter

Følgende personell skal snarest engasjeres til en ny *Plan- og utredningsavdeling* i Sosialdepartementet:

Ekspedisjonssjef
Underdirektør
Konsulent (l.kl. 21)
Konsulent I
Konsulent II

Med forbehold om Stortingets samtykke vil stillingen bli fast organisert fra 1. januar 1972.
Avdelingen får ansvaret for departementets langsiktige økonomiske planlegging og for koordineringen av departementets generelle planleggingsarbeid, perspektivanalyser og langtidsprogrammer. Den skal videre stå for departementets alminnelige kontakt med forskningsinstitusjoner og utredningsorganer utenfor departementet, og ta seg av metodespørsmål og av informasjonsbehov som ikke særskilt er lagt til andre deler av departementet. Det tas sikte på å gi avdelingen en mest mulig tverrfaglig bemanning.
Stillingene kan søkes av sosialøkonomer, statsvitere, sosiologer og andre med passende høyere utdanning. Det vil bli lagt vekt på tidligere praksis og erfaring fra tilsvarende arbeidsområder.

Ekspedisjonssjef: Sjefsregulativets klasse 5.
Pensjonsinskudd fratrekkes med kr. 1 507,—.

Underdirektør: Sjefsregulativets klasse 1.
Pensjonsinnskudd fratrekkes med kr. 1 413,—.

Konsulent: Lønnsklasse 21.

Konsulent I: Lønnsklasse 20.

Konsulent II: Lønnsklasse 19.

Søknader innen 10. juli til

SOSIALDEPARTEMENTET,
Administrasjonsavdelingen,
Oslo-Dep., Oslo 1.

LEDIGE STILLINGER I INDUSTRIDEPARTEMENTET

Underdirektør

i Utredningsavdelingen.
For nærmere opplysninger henvises til dagspressen av 18. juni eller til ekspedisjonssjef Gøthe, tlf. 11 94 10.

Konsulent II

i Utredningsavdelingen, Kontoret for planlegging og statistikk.
For nærmere opplysninger henvises til dagspressen av 25. juni eller til byråsjef Ouren, tlf. 11 94 13.

Søknader innen 10. juli til

INDUSTRIDEPARTEMENTET,
Administrasjonskontoret,
Oslo-Dep., Oslo 1.

KOMMUNAL- OG ARBEIDSDEPARTEMENTET

Konsulent I (evt. deltid)

TIL BOLIGAVDELINGEN

Arbeidet vil omfatte boligfinansiering og boligsubsidier, utredninger om økonomiske og sosiale sider av boligpolitikken og nasjonalbudsjettspørsmål for bygge- og anleggsvirksomheten. Stillingen ønskes besatt med en sosial- eller siviløkonom med erfaring fra administrasjon og/eller utredningsarbeid. Kvalifiserte søkere som eventuelt bare er interessert i arrangement med deltid, kan også melde seg.
Nærmere opplysninger ved byråsjef Moe i tlf. 20 22 70.
Lønnsklasse 20.

Søknader innen 8. juli til

KOMMUNAL- OG ARBEIDSDEPARTEMENTET,
Administrasjonskontoret,
Postboks 8112, Oslo-Dep., Oslo 1.

søker markedsforskningssjef

I vår marketingsavdeling er stilling ledig for markedsforskningssjef med solid erfaring fra tilsvarende virksomhet.

Markedsforskningssjefen skal lede og administrere seksjonen for markedsundersøkelser og statistikk. Arbeidsoppgaver av særlig viktighet er salgsbudsjettering, langtids salgs- og forbruksprognoser, salgsanalyser og markedsundersøkelser innenfor selskapets forskjellige produktfelt.

Den aktuelle kandidat bør ha gode teoretiske kvalifikasjoner — siviløkonom, sosialøkonom eller tilsvarende utdannelse. Han bør være allsidig og ha godt kjennskap til EDB. Praksis fra industri eller handelsbedrift og gode samarbeidsevner er avgjørende forutsetninger for stillingen, som er krevende, men interessant og utviklende.

Vår nye medarbeider bør være i alderen 30—40 år.

Stillingen er tillagt bilgodtgjørelse. Fri hver lørdag. Egen pensjonsordning.

Interesserte kan sende skriftlig søknad til vår personaletat, Fred. Olsens gate 5, Oslo 1, eventuelt ringe disponent Leif Arnesen tlf. 41 39 85 for nærmere opplysninger om stillingen.

NORSK BRÆNDSELOLJE A/S

Sosialdepartementet

Saksbehandler

til Budsjett- og økonomikontoret. Arbeidsområdet vil bli generelle budsjettspørsmål og saker vedrørende nasjonalbudsjettet, langtidsbudsjettet, statsbudsjettet og statsregnskapene. Stillingen skal besettes med yngre siviløkonom, sosialøkonom eller bedriftsøkonom. Interesse for budsjett- og økonomiarbeid og helst praksis fra lignende arbeid er ønskelig.
Nærmere opplysninger i telefon 11 85 14.
Lønnsklasse 14/17/19
etter kvalifikasjoner.

Søknader innen 23. juni til

SOSIALDEPARTEMENTET,
Personal- og organisasjonskontoret,
Oslo—Dep., Oslo 1.

Framsendes som
dagsaviser!

REKLAMETRYKK A.S - BERGEN