



JOHN K. DAGSVIK  
Seniorforsker, Forskningsavdelingen, SSB

# Er ambisjonen om et rigorøst vitenskapelig fundament for kvantitative strukturrelasjoner for krevende?<sup>1</sup>

En vanlig praksis i empirisk økonomisk analyse er å velge økonometrisk modellspesifikasjon (funksjonsform og restleddsegenskaper) ut fra bekvemmelighetshensyn, med begrenset støtte i teori. Denne praksisen er utilfredsstillende fordi den medfører at det er vanskelig å evaluere modeller basert på alternative økonometriske spesifikasjoner som alle passer godt til data men gir ulike kontrafaktiske prediksjoner. I denne artikkelen drøfter jeg spørsmålet om økonometriske modellspesifikasjoner kan gis et mer vitenskapelig fundament i den forstand at de forankres sterkere i a priori teori. Nærmere bestemt drøfter jeg en aksiomatisk tilnærming ved hjelp av et eksempel innen kvalitativ valghandlingsteori. Ved å benytte passende aksiomer som utgangspunkt vises det at valgmodellen (valgsannsynlighetene) kan bestemmes fullstendig på et sett av ukjente parametre nær. Videre drøftes det hvordan aksiomene kan testes ikke-parametrisk og enkeltvis, dersom passende data er tilgjengelig.

## 1. INNLEDNING

Et velkjent problem innen empirisk økonomisk analyse er at økonomisk teori gir begrenset veiledning når den strukturelle modellen skal spesifiseres statistisk (funksjonsform og restleddsegenskaper). En uheldig konsekvens av dette er at det blir vanskelig å velge mellom økonometriske spesifikasjoner, som alle passer godt til samme datamateriale og bygger på samme teoretiske ramme, men gir ulike kontrafaktiske prediksjoner. Med andre ord står forskeren her

overfor et dilemma fordi hverken data eller konvensjonell teori er til særlig hjelp til å avgjøre hvilken modell som er best i en slik situasjon.

Det spørsmålet som behandles i denne artikkelen er om økonometriske spesifikasjoner av empiriske relasjoner kan gis et mer vitenskapelig fundament i den forstand at de forankres sterkere i a priori teori. Ved hjelp av et eksempel drøfter jeg en aksiomatisk tilnærming, som kan benyttes

til å adressere denne utfordringen i noen tilfeller. I dette eksemplet, som er hentet fra kvalitativ valghandlingsteori, vises det hvordan funksjonsformen til atferdsrelasjonene (valgsannsynlighetene) kan, på noen ukjente parametre nær, avledes fullstendig fra kombinasjoner av grunnleggende aksiomer. Selv om noen av aksiomene i dette eksemplet kan ha varierende intuitiv appell, er det et sentralt poeng her å vise at i dette tilfellet kan aksiomene formuleres slik at de også kan testes ikke-parametrisk og enkeltvis, blant annet ved bruk av data fra laboratorieeksperimenter og såkalte «stated preference» (SP) undersøkelser.

Et problematisk aspekt ved deler av økonomifaget er ambisjonen om at det er mulig å etablere kvantitative autonome atferdsrelasjoner som kan, etter at ukjente parametre er anslått, brukes til presis (kvantitativ) kontrafaktisk politikkintervensjon.<sup>1</sup> Innen dagens praksis er det påtakelig hvordan spesifikasjonsproblemene knyttet til etablering av kvantitative atferdsrelasjoner underkommuniseres og undervurderes. Som kjent impliserer økonomisk teori føringer på valg av funksjonsform slik som separabilitet, monotonisitet, homogenitet, symmetri og konkavitet. Med noen få unntak, slik som for eksempel teorien for forventet nytte, gir økonomisk teori ingen ytterligere veiledning når det gjelder valg av funksjonsform og egenskaper til stokastiske restledd. Her er det underforstått at vitenskapsbegrepet benyttes i temmelig streng forstand, slik som Frisch i noen sammenhenger brukte det, jf. innledningen til hans Yale forelesninger fra 1930 (Bjerkholt og Qin, 2010).<sup>2</sup> Selv om økonomifaget har utviklet seg enormt siden 1930, er det neppe å ta for sterkt i å konstatere at det fortsatt er

langt igjen før det kan sies å ha nådd et slikt nivå at det er vitenskapelig i den forstand som Frisch tenkte seg.<sup>3</sup>

Et sentralt trekk ved rigorøs vitenskap er aksiomatisering. Også i denne sammenheng var Frisch en pioner, se Bjerkholt (2012). Aksiomatisering er en kompakt måte å representere sentrale egenskaper ved fenomenet under studium på (for eksempel rasjonell atferd). Prominente eksempler på aksiomatisering innen økonomifaget er nytte-teorien, teorien for forventet nytte og forhandlingsteorien til Nash. I denne artikkelen vil jeg, i et utvalgt eksempel, følge idealet til Frisch der ambisjonen er å oppnå en fullstendig kopling mellom aksiomsystem og empirisk modell.

Framstillingen i denne artikkelen er organisert som følger: I neste kapittel drøftes problemstillinger knyttet til etablering av kvantitative strukturrelasjoner. I kapittel 3 diskuteres et eksempel på modellering i en diskret valgsituasjon, og hvordan utvalgte aksiomer medfører en fullstendig karakterisering av funksjonsformen til valgsannsynlighetene (på noen ukjente parametre nær). I kapittel 4 diskuteres det hvordan aksiomer av den typen som er formulert i kapittel 3 kan testes ikke-parametrisk, gitt passende data.<sup>4</sup>

## 2. PROBLEMATISKE ASPEKTER VED ETABLERING AV KVANTITATIVE STRUKTURELASJONER

En typisk framgangsmåte som benyttes i empirisk analyse av atferd består i å postulere en perfekt rasjonell aktør som foretar sine valg under restriksjoner bestemt av en økonomisk budsjettbetingelse. For å komme fram til kvantitative relasjoner som kan brukes i en empirisk sammenheng, velges en rimelig fleksibel parametrisk funksjonsform, inkludert forutsetninger om egenskaper til uobserverbare faktorer som representeres ved stokastiske restledd. Bortsett fra kvalitative egenskaper slik som separabilitet, monotonisitet, konkavitet, homogenitet, og symmetri, medfører, som nevnt ovenfor, teorien sjelden ytterligere restriksjoner på representasjonen av preferansene. Spesifikasjonsproblemet er naturligvis ikke kun begrenset til valg av matematisk funksjonsform og restleddsegenskaper, men også i høyeste grad knyttet til stiliseringsgraden til det teoretiske rammerverket som benyttes som utgangspunkt. Det er ingen enkel

<sup>1</sup> Med «kvantitative relasjoner» menes her relasjoner som gir tall, i motsetning til kvalitative utsagn som kun sier om noe er positivt eller negativt, større eller mindre. Etterspørselsfunksjoner for konsumgoder og arbeidstilbudsfunksjoner er eksempler på kvantitative relasjoner.

<sup>2</sup> Frisch skriver i innledningen til sine Yale forelesninger: "If we take 'science' or 'scientific' in their old-fashion restricted sense, we may perhaps say that astronomy is a field of study which is scientific more than any other field of study having as their object the explorations of the exterior world. The reason for this, it seems, is that in astronomy the fusion between theory and observation has been realized more perfectly than in the other fields of study. When astronomy is a science, it is not because it has an abstract theoretical structure, nor is it because it is built on minute prolonged observations, but it is because the astronomical observations are *filled into* the theoretical structure. It is this unification that raises astronomy to the dignity and significance of a true science. Also in economics we have had theoretical speculations, but most of the time it has not been that kind of theory which is built with the view to being verified with observations. Economic theory has not as yet received the stage where its fundamental notions are derived from the technique of observations."

<sup>3</sup> I et intervju, Ginther (2010) hadde med Heckman uttaler han blant annet: «I hope that economics will become a science».

<sup>4</sup> I en aksiomatisk teori er det ofte slik at noen aksiomer ikke kan testes, men de er akseptable fordi de oppfattes som selvinnsende. Et berømt eksempel er Einsteins spesielle relativitetsteori der et av aksiomene er at fysikkens lover er de samme i alle inertialsystem (Einstein, 1905).

vurdering hvorvidt en strukturell modell er for stilisert til å være akseptabel. En grunn til at strukturelle empiriske mikromodeller til dels synes å ha kommet i miskreditt i den senere tid kan nettopp være en kombinasjon av utstrakt stilisert representasjon av fenomenet under studium kombinert med ulike ad hoc økonomiske spesifikasjoner (som passer godt til data) som har vist seg å gi ulike kontrafaktiske prediksjoner. Et eksempel som kan tjene som illustrasjon av poenget ovenfor er det tradisjonelle lærebokopplegget for modellering av arbeidstilbud. Her er utgangspunktet en versjon av teorien for konsumentenes tilpasning med to goder, nemlig fritid og konsum. Her neglisjeres det at ikke-pekuniære kjennetegn ved jobbene kan bety vel så mye for aktørene som timelønn og arbeidstid. Videre neglisjeres mulige begrensninger på aktørenes valg som blant annet skyldes institusjonelle reguleringer på arbeidstiden og mengden av jobber som er tilgjengelig for den enkelte aktør. I denne artikkelen vil det imidlertid føre for langt å ta opp til generell diskusjon realismen til ulike teoretiske angrepsmåter.

Som antydnet ovenfor, står en forsker som vil etablere strukturmodeller i vitenskapelig forstand overfor en meget krevende utfordring fordi konvensjonelle data om observert atferd bare i begrenset grad kan benyttes til å validere modellrelasjoner. Selv om avanserte lærebøker i økonomisk teori og økonometri tidvis kan gi inntrykk av at det er mulig å etablere «sanne» strukturelle relasjoner i vitenskapelig forstand, er de problematiske aspektene ved en slik ambisjon sjelden uttrykt eksplisitt. Vanligvis er teorien behandlet på et generelt og abstrakt nivå, og som nevnt ovenfor, er det overlatt til økonometrikeren å slite med å teste ut konkrete empiriske spesifikasjoner.

For å illustrere denne problematikken helt konkret, la oss benytte teorien for konsumentens tilpasning som eksempel (Varian, 1992). Her postuleres en perfekt rasjonell konsument med «glatte» preferanser, over et knippe av kvantum av varer (goder). Herfra utledes egenskapene som etterspørselsfunksjonene har. I det følgende, la  $x_j = x_j(p, y)$  betegne etterspørselen (kvantum) av gode  $j$  gitt konsumentens inntekt  $y$  og vektoren av priser  $p$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Teorien om konsumentens tilpasning innebærer at den såkalte Slutsky matrisen  $A$  med elementer  $\partial x_j / \partial p_k + x_k \partial x_j / \partial y$ , er symmetrisk og negativ semi-definit. Dette betyr at, for enhver vilkårlig vektor  $z = (z_1, z_2, \dots, z_m)'$  så medfører teorien at  $z'Az \leq 0$ . Disse restriksjonene er de eneste testbare implikasjoner som følger fra teorien; det vil si, teorien har ingen ytterligere konsekvenser for den matematiske formen på etterspørselsfunksjonene. Noe summarisk kan en uttrykke

dette slik at teorien kun er *kvalitativ*, ikke *kvantitativ*. Hva angår testing av teorien kan en ikke uten videre bruke data fra et tverrsnitt til dette formålet, fordi etterspørselsfunksjonene kan variere over de individuelle aktørene. Uten ytterligere antakelser kan selv paneldata ikke brukes til å identifisere og teste restriksjoner på matrisen  $A$ . Men anta at forskeren skulle være i den heldige situasjon at hun eller han har tilstrekkelige data som muliggjør testing av ulikheten  $z'Az \leq 0$ . For eksempel, er det mulig i prinsippet å benytte SP data som inneholder gjentatte observasjoner for samme person i ulike valgsituasjoner med varierende priser og inntekter. Dessverre er heller ikke slike data i seg selv tilstrekkelige til å finne «den riktige» funksjonsformen, samt eventuelle egenskaper til fordelingen av uobserverbare faktorer. Grunnen til dette er at teorien ikke er konstruktiv i den forstand at den gir veiledning i valg av funksjonsform utover at budsjettbetingelsen må være oppfylt og at  $z'Az \leq 0$ . Problemet ligger blant annet i at det i praksis kun er mulig å skaffe data for aktørers tilpasning under et meget begrenset antall kombinasjoner av priser, inntekter samt populasjonskarakteristika. Det vil derfor ikke være mulig å benytte data til å sjekke direkte (teste) hvor godt modellen vil predikere i mange interessante kontrafaktiske situasjoner.

Mer generelt kunne en i prinsippet tenke seg redusert form analyser basert på gjennomføring av kvasi-eksperimenter for alle tenkelige politikk-scenarier, gitt alle tenkelige (referanse-) tilstander i økonomien. Resultatene kunne deretter samles i et tabellverk som en kunne slå opp i for å finne ut hvordan reformer virker. En slik strategi er naturligvis fullstendig urealistisk å gjennomføre i praksis fordi mengden av kontrafaktiske analyser av interesse, samt tilstander i økonomien, er altfor stor. Dermed blir det desto viktigere at forutsetningene som modellen bygger på er så plausible og realistiske som mulig (Hausman, 1992, s. 166-169). En er altså tvunget til å stole på teori, representert ved avledete kvantitative strukturelle relasjoner, utover det som kan valideres empirisk ved hjelp av tilgjengelige data. I tillegg er naturligvis teori viktig i seg selv for å komme fram til en dypere forståelse av fenomenet som studeres. I et mye omdiskutert essay hevdet Friedman (1953) at realismen til forutsetningene som den økonomiske modellen er avledet fra, ikke er det vesentlige, men at modellen kan gi gode (kontrafaktiske) prediksjoner. Men som vi har diskutert ovenfor, så er dette ikke et holdbart standpunkt fordi det i en del sammenhenger er ønskelig å bruke modellen til kontrafaktiske prediksjoner for utfall det enten finnes mangelfulle data for eller ikke fins data for i det hele tatt.

Som kjent har mange (for eksempel Mirowski, 1984) påpekt at neoklassisk økonomisk teori i mange henseende er analog til mekanikk. I mekanikken avledes også likevektsrelasjoner som kan benyttes til komparativ statikk analyser. På tross av denne likheten er forskjellen mellom mekanikk og mikroøkonomisk teori enorm. Mens økonomisk teori, med få unntak, ikke er i stand til å generere eksplisitt matematisk struktur på modellrelasjonene, er situasjonen i mekanikk den stikk motsatte. I mekanikken følger en fullstendig karakterisering av den matematiske formen på modellrelasjonene fra teorien, på noen ukjente koeffisienter nær (slik som tyngdens akselerasjon). Simon (1986, s. S213), har oppsummert problemet på følgende måte: *“Contemporary neoclassical economics provides no theoretical basis for specifying the shape and content of the utility function, and this gap is very inadequately filled by empirical research using econometric techniques. The gap is important because many conclusions that have been drawn in the literature about the way in which the economy operates depend on assumptions about consumers’ utility function.”*

Siden de teoretiske rammeverkene for strukturell modellering som finnes på «markedet» ofte er svært generelle (i tillegg til at de er stiliserte), kreves det ytterligere forutsetninger for å komme fram til operasjonelle empiriske relasjoner. Disse ekstraforutsetningene er som regel ad hoc. Dette gjøres vanligvis ved å postulere funksjonsformer samt å innføre observerte kovariater, faste effekter og ulike stokastiske restledd med spesifiserte egenskaper, slik at ulike typer observerbar og uobserverbar populasjonsheterogenitet kan tas hensyn til. På dette feltet mangler det ikke på sofistikerte empiriske analyser. Men siden økonomisk spesifisering i stor grad hviler på ad hoc antakelser samt statistiske føyningskriterier vil ofte kontrafaktiske prediksjoner fortsatt forbli kontroversielle.<sup>5</sup>

Ad hoc antakelsen om at klassen av fornuftige empiriske spesifiseringer er kjent på forhånd (vanligvis valgt på grunn av at de er bekvemmelige å bruke) er naturligvis tvilsom, likeså praksisen som går ut på å velge mellom spesifiseringer basert på føyningsmessige kriterier. Erfaringen så langt med strukturelle empiriske modeller er dessverre i mange tilfeller nedslående fordi ulike varianter av modeller for samme fenomen har, som nevnt ovenfor, produsert til dels svært ulike kontrafaktiske prediksjoner. En mulig årsak til at funksjonsformproblemet blir underkommunisert kan være at forskerne ser det som en håpløs oppgave

å oppnå et vitenskapelig fundament for den matematiske utformingen av strukturmodeller, å la mekanikkfeltet innen fysikk.

Elster skrev for en tid tilbake en artikkel hvor han stilte spørsmål om ambisjonene i økonomifaget er for høye, (Elster, 2009). Elsters poeng var at økonomisk teori og metode ikke er tilstrekkelig utviklet til å kunne gi presise og pålitelige svar på en rekke problemstillinger som økonomer pretenderer å finne ut av. Elster angrep blant annet teorien for rasjonelle valg, som han hevdet er altfor stilisert og urealistisk. Elsters kritikk inneholder etter min mening flere gode poenger. Likevel synes jeg at hans kritikk er for generell og upresis, ikke minst fordi det er store forskjeller mellom ulike deler av økonomifaget. I for eksempel situasjoner med valg mellom transportalternativer i byer (jobbreisen), har økonomiske modeller vist seg å fungere rimelig godt. Analysen av bytransport i San Francisco området er spesielt berømt i denne sammenheng. Som kjent utførte McFadden med kollegaer analyse av transportvalgene i San Francisco området i forkant av konstruksjonen av T-bane nettet BART (Bay Area Rapid Transit), McFadden (2000). Dermed hadde man en enestående mulighet til å validere transportvalgmodellen til McFadden ved å sammenlikne de teoretiske prediksjonene med den faktiske bytransportatferden etter 1975 da BART kom i drift. Resultatet viste seg å være overbevisende, se for eksempel tabell 4 i McFadden (2000).<sup>6</sup>

### 3. ET EKSEMPEL PÅ AKSIOMATISERING AV KVALITATIVE VALGHANDLINGSMODELLER

Ovenfor pekte jeg på det faktum at konvensjonell økonomisk teori pretenderer å være kvantitativ, men så viser det seg altså at den gir svært få føringer på hvordan den matematiske modellstrukturen skal formuleres. I det følgende skal jeg forsøke å vise at i noen tilfeller synes det å være mulig å følge idealet til Frisch i den forstand at den empiriske modellstrukturen kan gis en fullstendig karakterisering ved intuitivt tolkbare aksiomer som er empiriske i den forstand at de kan testes ikke-parametrisk. Nærmere bestemt skal jeg nå benytte den aksiomatiske metode til å diskutere hvordan en kan oppnå karakterisering av funksjonsform og restleddsegenskaper i et spesielt tilfelle, nemlig et tilfelle der aktørene foretar binære valg, som er et

<sup>5</sup> I praksis er manglende observasjoner samt målefeil også viktige grunner til at strukturelle analyser kan bli misvisende.

<sup>6</sup> McFadden fortalte en gang at han mente at han hadde vært heldig med prediksjonen av BART trafikken. Jeg tolker dette som at mens punktprediksjonene er til dels svært gode, er de korresponderende konfidensintervallene ganske vide. I denne forstand kan det være at hans modell ikke er så god som prediksjonene kan gi inntrykk av.

spesialtilfelle innen teorien for kvalitative eller diskrete valg. Teorien som omhandler diskrete valg oppsto opprinnelig i psykologi, og den fikk først gjennomslag i økonomi etter arbeidene til McFadden og kollegaer, som nevnt ovenfor (se Luce og Suppes, 1965, McFadden, 1984, og kapittel 17 i Suppes mfl., 1989, Cameron og Trivedi, 2005)

Det er flere grunner til at forskere finner det nyttig å aksiomatisere (Luce mfl., 1990). Én grunn er å bringe eksplisitt fram detaljer i en argumentasjonsrekke som før aksiomatiseringen var enten ufullstendig eller uklar. En annen grunn er å isolere, abstrahere, og studere mer fullstendig en klasse av matematiske relasjoner som har vist seg å være karakteristiske i en rekke sammenhenger. En typisk situasjon kan være at en følge av argumenter viser seg å ha mer generell gyldighet, og være mer nyttig enn forskeren innså før aksiomatiseringen. En tredje grunn er å gi forskeren en kompakt måte hvormed sentrale egenskaper og antakelser om fenomenet under studium i en empirisk situasjon kan representeres og oppsummeres på.<sup>7</sup>

La oss nå gå over til å drøfte modelleringsutfordringen i vårt eksempel. Eksemplet som benyttes er hentet fra Fischer og Nagin (1981). Jeg skal imidlertid ikke diskutere analyseopplegget til Fisher og Nagin i detalj, men kun benytte dette eksemplet til å illustrere den aksiomatiske framgangsmåten i dette tilfellet. Fisher og Nagin analyserte individers valg av parkeringsalternativer basert på data som de samlet inn ved å gjennomføre en SP undersøkelse. I denne undersøkelsen var intervjuobjektene bedt om å foreta parvise sammenligninger mellom parkeringsalternativer, der hvert alternativ var definert ved to attributter: nemlig kostnad og gangavstand (målt i minutter) mellom arbeidsplassen og parkeringsplassen. Hver respondent ble i denne undersøkelsen bedt om å vurdere 60 forskjellige par av hypotetiske parkeringsalternativer. La  $w_j$  betegne kostnaden og  $d_j$  gangavstand til alternativ  $j$ . La  $P[(w_j, d_j); (w_k, d_k)]$  betegne sannsynligheten for at en aktør vil foretrekke alternativ  $j$  med attributter  $(w_j, d_j)$  foran alternativ  $k$  med attributter  $(w_k, d_k)$ . Det empiriske motstykket er andelen i populasjonen som vil foretrekke  $(w_j, d_j)$  foran  $(w_k, d_k)$ . La videre  $S$  betegne settet av mulige attributtpar. I teorien for diskrete valg, som er utgangspunktet her, tiltales det som kjent at aktørenes preferanser er stokastiske. Motivasjonen for dette er (i): siden forskeren ikke observerer alle faktorer som aktørene tar hensyn til i sine valg

<sup>7</sup> I stedet for «aksiom», kunne en like gjerne benytte «antakelse». Likevel er det vel en vanlig oppfatning at aksiomer anvendes i mer fundamentale sammenhenger til å oppsummere sentrale aspekter ved en teori, i motsetning til for eksempel regularitetsbetingelser.

kan valgfaterden til aktørene varierer på en måte som synes usystematisk for forskeren. (ii) Den enkelte aktørs valgfaterferd kan i tillegg variere på en usystematisk måte over identiske valgsituasjoner som et resultat av at nytte-evalueringen av alternativene varierer over tid fordi aktørene ikke er i stand til å fastsette nytten til alternativene presist en gang for alle.

Den første teoretiske antakelsen jeg skal postulere er den såkalte produktregelen, gitt ved følgende aksiom.

### Aksiom 1 (produktregelen)

La  $x_j = (w_j, d_j)$ . For  $x_j, x_k, x_n \in S$ , så gjelder

$$P[x_j; x_k]P[x_k; x_n]P[x_n; x_j] = P[x_j; x_n]P[x_n; x_k]P[x_k; x_j].$$

Produktregelen ble opprinnelig foreslått av Luce og Suppes (1965). Intuisjonen bak dette aksiomet er som følger: Betrakt en aktør som foretar binære valg fra settet  $\{x_j, x_k, x_n\}$ , og anta videre at disse valgene er statistisk uavhengige. Den venstre side i likningen ovenfor er sannsynligheten for at den intransitive kjeden  $x_j > x_k > x_n > x_j$  skal realiseres, mens høyre side er sannsynligheten for at den intransitive kjeden  $x_j > x_n > x_k > x_j$  skal realiseres, der  $>$  betyr «foretrekke». Produktregelen kan derfor tolkes som en påstand om at en intransitiv kjede i en retning er like sannsynlig som en intransitiv kjede i motsatt retning. Med andre ord, representerer Aksiom 1 en formalisering av egenskapen om at avvik fra perfekt rasjonalitet ikke er systematisk. Siden produktregelen har karakter av å være en restriksjon på de respektive binære valgsannsynlighetene, uavhengig av hvilken form disse sannsynlighetene har, kan den utsettes for ikke-parametrisk testing innen rammen av uavhengige binomiske modeller. Her er altså ikke hovedpoenget nødvendigvis i hvilken grad Aksiom 1 er plausibelt a priori eller ikke, selv om det også er vesentlig, men at det har en klar tolkning som vi kan uttrykke som tilfeldig avvik fra rasjonell valgfaterferd. Fra Aksiom 1 kan følgende resultat avledes.

### Setning 1

Aksiom 1 holder hvis og bare hvis de binære valgsannsynlighetene har formen

$$(3.1) \quad P[x_j, x_k] = \frac{1}{1 + \exp(v(x_k) - v(x_j))}$$

der  $v$  er en funksjon som er entydig på en additiv konstant nær.



Et bevis for Setning 1 er gitt i Luce og Suppes (1965, s. 350). Setning 1 viser altså det noe overraskende resultatet at Aksiom 1 innebærer at valgsannsynligheten er en logit-sannsynlighet som er fullstendig karakterisert på en funksjon  $v(\cdot)$  nær.<sup>8</sup> Imidlertid er det temmelig problematisk å teste strukturen til valgsannsynligheten gitt i Setning 1 direkte fordi den inneholder den uspesifisert funksjonen  $v(x)$ . Derimot kan, som nevnt ovenfor, Aksiom 1 testes. Det gjenstår altså et problem, nemlig hvordan funksjonen  $v(x)$  skal karakteriseres. Det neste aksiomet uttrykker en variant av dimensjonal invarians, analogt til Falmagne og Narens (1983).

### Aksiom 2

For  $(w_1, d_1), (w_2, d_2), (w_3, d_3), (w_4, d_4) \in S$ , og vilkårlige

positive konstanter  $\lambda$  og  $\mu$ , slik at dersom

$$P[(w_1, d_1); (w_2, d_2)] \leq P[(w_3, d_3); (w_4, d_4)],$$

så gjelder også

$$P[(\lambda w_1, \mu d_1); (\lambda w_2, \mu d_2)] \leq P[(\lambda w_3, \mu d_3); (\lambda w_4, \mu d_4)].$$

Det empiriske motstykket til Aksiom 2 er at dersom andelen individer som foretrekker alternativ 3 framfor alternativ 4 er større eller lik andelen individer som foretrekker alternativ 1 framfor alternativ 2, så vil den samme ulikheten holde også når kostnader og avstander skaleres med henholdsvis faktorene  $\lambda$  og  $\mu$ . Intuisjonen er at dersom kostnader og avstander endres på en slik måte at de relative forhold holdes konstante, så kan det riktignok medføre at de respektive valgsannsynligheter endres, men ikke slik at den opprinnelige gjennomsnittlige rangordningen av alternativene endres. Det er altså *ikke* slik at Aksiom 2 uttrykker at  $P[(\lambda w_1, \mu d_1); (\lambda w_2, \mu d_2)]$  er uavhengig av  $(\lambda, \mu)$ . Det sier kun at dersom andelen individer som foretrekker  $(w_3, d_3)$  foran  $(w_4, d_4)$  er større eller lik andelen individer som foretrekker  $(w_1, d_1)$  foran  $(w_2, d_2)$ , så forblir denne ulikheten gyldig også når kostnader og avstander skaleres ved henholdsvis faktorene  $\lambda$  and  $\mu$ .

Aksiom 2 har, slik som Aksiom 1, også en viss intuitiv appell, men vil antakelig synes kontroversiell for noen

<sup>8</sup> Det er velkjent at det eksisterer en korresponderende stokastisk nyttemodell, ekvivalent til logitmodellen i Setning 1, se McFadden (1984). Denne nytterepresentasjonen er gitt ved  $U(x_j) = v(x_j) + \varepsilon_j$ , der  $\varepsilon_j, j = 1, 2, \dots$  er uavhengige stokastiske restledd med kumulativ fordelingsfunksjon lik  $\exp(-\exp(-x))$  for vilkårlige  $x$ .

dersom den ikke kan utsettes for empirisk testing. I motsetning til Aksiom 1 er det imidlertid ikke opplagt hvordan en kan formulere en test for Aksiom 2.

### Setning 2

Anta at  $P[(w, d); (w_0, d_0)]$  er kontinuertlig som funksjon av  $(w, d)$  for gitt  $(w_0, d_0)$  hvor  $(w, d), (w_0, d_0) \in S$ . Da holder Aksiomene 1 og 2 hvis og bare hvis (3.1) holder og

$$(3.2) \quad v(w, d) = \frac{\kappa(w^\alpha d^{\beta\gamma} - 1)}{\gamma},$$

for  $w_j > 0, d_j > 0, j = 1, 2$ , der  $\kappa, \alpha, \beta$  og  $\gamma$  er konstanter.<sup>9</sup>

Beviset av Setning 2 er gitt i Dagsvik (2016). Vi ser altså at Aksiom 2 sammen med Aksiom 1 er tilstrekkelig restriktiv til å gi en fullstendig karakterisering av funksjonen  $v(\cdot)$  på et sett av parametre nær. Vi legger videre merke til at denne har en såkalt Box–Cox form. Videre inneholder den spesifikasjonen  $\kappa\beta \log w + \kappa\alpha \log d$  som spesialtilfelle, hvilket inntreffer når  $\gamma=0$ .<sup>10</sup> I så fall kan konstanten  $\kappa$  normaliseres til 1. Tilfellet der  $\gamma=0$  medfører forøvrig valgsannsynligheter som er invariante under skala-transformasjoner av kostnader og avstander.

Vi skal dernest betrakte et alternativt og svakere sett av aksiomer som medfører en mer generell karakterisering av funksjonsformen til  $v(\cdot)$ .

### Aksiom 3

For  $(w_1, d_1), (w_2, d_2), (w_3, d_1), (w_4, d_2) \in S$ , slik at dersom

$$P[(w_1, d_1); (w_2, d_2)] \leq P[(w_3, d_1); (w_4, d_2)],$$

så gjelder også

$$P[(\lambda w_1, d_1); (\lambda w_2, d_2)] \leq P[(\lambda w_3, d_1); (\lambda w_4, d_2)]$$

der  $\lambda$  er en vilkårlig positiv faktor.

Det empiriske motstykket til Aksiom 3 sier at dersom andelen individer som foretrekker alternativ 1 foran alternativ 2 er mindre enn eller lik andelen individer som foretrekker alternativ 3 foran alternativ 4 så gjelder den samme

<sup>9</sup> En kan også vise at resultatet i Setning 2 holder når Aksiom 1 erstattes med antakelsen  $P(x_1, x_2) = F(v(x_1) - v(x_2))$ , der  $F$  er en strengt voksende kumulativ fordelingsfunksjon.

<sup>10</sup> Her er det underforstått at funksjonen gitt i Setning 1 er definert for  $\gamma=0$  på den vanlige måten som grenseverdien når  $\gamma$  går mot null.

ulikheten også når alle prisene skaleres med  $\lambda$ . Tilsvarende Aksiom 2 så sier Aksiom 3 ikke at  $P[(\lambda w_1, d_1); (\lambda w_2, d_2)]$  er uavhengig av  $\lambda$ . Det sier kun at dersom andelen individer som foretrekker  $(w_3, d_1)$  foran  $(w_4, d_2)$  er større enn andelen individer som foretrekker  $(w_1, d_1)$  foran  $(w_2, d_2)$ , så gjelder denne ulikheten fortsatt når alle kostnadene skaleres med faktoren  $\lambda$ .

Det neste aksiomet er analogt til Aksiom 3.

#### Aksiom 4

For  $(w_1, d_1), (w_2, d_2), (w_1, d_3), (w_2, d_4) \in S$ , slik at dersom

$$P[(w_1, d_1); (w_2, d_2)] \leq P[(w_1, d_3); (w_2, d_4)],$$

så gjelder også

$$P[(w_1, \mu d_1); (w_2, \mu d_2)] \leq P[(w_1, \mu d_3); (w_2, \mu d_4)]$$

der  $\mu$  er en vilkårlig positiv faktor.

Vi innser at motivasjonen for Aksiom 4 er analog til motivasjonen for Aksiom 3, og motivasjonen er følgelig tilsvarende. Vi merker oss videre at både Aksiomene 3 og 4 er svakere enn Aksiom 2. Aksiomene 2 til 4 formulert ovenfor er versjoner av dimensjonal-invarians postulatet.

#### Setning 3

Anta at  $P[(w, d); (w_0, d_0)]$  er kontinuerlig som funksjon av  $(w, d)$  for gitt  $(w_0, d_0)$  hvor  $(w, d), (w_0, d_0) \in S$ . Da holder Aksiomene 1, 3 og 4 hvis og bare hvis

$$(3.3) \quad v(w, d) = \beta_1 \frac{(w^{\alpha_1} - 1)}{\alpha_1} + \beta_2 \frac{(d^{\alpha_2} - 1)}{\alpha_2} + \beta_3 \frac{(w^{\alpha_1} - 1)(d^{\alpha_2} - 1)}{\alpha_1 \alpha_2},$$

der  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  og  $\beta_3$  er konstanter.

Beviset for Setning 3 er gitt i Dagsvik og Røine Hoff (2011).

Vi merker oss at resultatet i Setning 2 er et spesialtilfelle av resultatet i Setning 3. Dette er ikke overraskende fordi, som nevnt ovenfor, så impliserer Aksiom 2 Aksiomene 3 og 4. Vi innser dette enklest ved å la  $\beta_1 = \beta_3 / \alpha_2$  og  $\beta_2 = \beta_3 / \alpha_1$  i likningen (3.3). Dermed reduserer (3.3) seg til

$$v(w, d) = \beta_3 \frac{(w^{\alpha_1} d^{\alpha_2} - 1)}{\alpha_1 \alpha_2} + k$$

hvilket er konsistent med (3.2), der  $k$  er en irrelevant konstant.

Tilsvarende Setning 2, så har vi altså vist at Aksiomene 3 og 4 gir en fullstendig karakterisering av den kvantitative modellstrukturen, på et sett av ukjente parametre nær. Videre restriksjoner på parametrene  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  og  $\beta_3$  kan være ønskelige, for eksempel for å sikre at  $v$  skal være monoton og konkav.

I litteraturen som omhandler diskrete valg finnes det en rekke resultater om testbare modell-egenskaper i ikke-parametrisk forstand. Noen eksempler på dette er gitt i Luce og Suppes (1965), kapittel 17 i Suppes mfl. (1989), Blavatsky (2008), Dagsvik (2008, 2015), Dagsvik og Røine Hoff (2011)<sup>11</sup>, Dagsvik og Strøm (2006) og Dagsvik mfl. (2006).

#### 4. IKKE-PARAMETRISK TESTING AV AKSIOMENE

Som nevnt ovenfor er det ønskelig å gjennomføre empiriske tester av aksiomene formulert ovenfor. En stor fordel med den tilnærmingen som er diskutert i denne artikkelen er at de postulerede aksiomene kan testes ikke-parametrisk, og uavhengig av implikasjonene de har for modellstrukturen. I dette øyemed er det mulig å benytte data fra laboratorie-eksperimenter og SP undersøkelser. Iverson og Falmagne (1985) har vist at statistiske tester av aksiomer av typen 2 til 4 ovenfor, kan formuleres som ulikhetsrestriksjoner i binomiske (eller multinomiske) modeller. Dersom nullhypotesen i en multinomisk modell er definert ved ulikhetsrestriksjoner på sannsynlighetene så vil ofte sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren ligge på randen av parameterrommet. I så fall vil ikke sannsynlighetstestet lengre være kji-kvadratfordelt slik som i det vanlige tilfellet. Iverson og Falmagne (1985), Iverson og Harp (1987), Shapiro (1988), Silvapulle og Sen (2005), Davis-Stober (2009), Dagsvik og Røine Hoff (2011) og Dagsvik (2013) har diskutert egnede statistiske testprosedyrer som kan benyttes i slike tilfeller.

Siden valgsituasjonen aktørene står overfor i det eksemplet vi har diskutert ovenfor har to gjensidig utelukkende utfall viser det seg at disse testene kan formuleres ikke-parametrisk der nullhypotesene er ulikheter innenfor rammen av en binomisk statistisk modell. Vi minner om at SP data gjør det mulig for forskeren å samle inn flere observasjoner for hver person under alternative hypotetiske situasjoner,

<sup>11</sup> Se også Dagsvik (2013).

som kan spesifiseres tilsvarende det som gjøres i kontrollerte laboratorieforsøk.

Jeg skal nå kort beskrive framgangsmåten ved å se på testing av Aksiom 2 som eksempel. La

$$p_1 = P[(w_1, d_1); (w_2, d_2)],$$

$$q_1 = P[(w_3, d_3); (w_4, d_4)],$$

$$p_2 = P[(\lambda w_1, \mu d_1); (\lambda w_2, \mu d_2)], \text{ og}$$

$$q_2 = P[(\lambda w_3, \mu d_3); (\lambda w_4, \mu d_4)],$$

for et gitt sett av kostnader og gangavstander, og for gitte verdier av skaleringsfaktorene  $\lambda$  og  $\mu$ . Det empiriske motstykket til disse sannsynlighetene er de korresponderende observerte relative hyppighetene vi får fra data. Dersom modellen skal være konsistent med Aksiom 2 så må vi enten ha at  $\{p_1 \leq q_1, p_2 \leq q_2\}$  eller at  $\{p_1 \geq q_1, p_2 \geq q_2\}$ . Dersom  $\{p_1 \leq q_1, p_2 > q_2\}$  eller  $\{p_1 > q_1, p_2 \leq q_2\}$  så vil modellen ikke være konsistent med Aksiom 2. En måte å formulere testproblemet på er å la nullhypotesen  $H_0$  være definert ved ulikhetsrestriksjonen

$$\{p_1 \leq q_1, p_2 > q_2\} \cup \{p_1 > q_1, p_2 \leq q_2\}.$$

Vi ønsker altså å teste om data gir grunnlag for å forkaste  $H_0$ . Dersom  $H_0$  forkastes innebærer dette støtte til Aksiom 2. I praksis vil en altså samle inn data med varierende kostnader og avstander, inkludert ulike skaleringsfaktorer. Imidlertid er det bare forskeren som kjenner skaleringsfaktorene  $\lambda$  og  $\mu$ . De enkelte intervjuobjektene får kun presentert de resulterende skalerte kostnadene og gangavstandene. Her vil det føre for langt å beskrive disse statistiske testene mer i detalj, og jeg henviser interesserte lesere til referansene ovenfor.

Fordelen med denne tilnærmingen sammenliknet med den konvensjonelle framgangsmåten, er at en unngår det kontroversielle første ad hoc trinnet som består i valg av klasse av parametriske modellrelasjoner. Dette fordi testmetoden ikke avhenger av hvordan modellen er spesifisert, i motsetning til i den tradisjonelle tilnærmingen, bortsett fra antagelsen at om at observasjonene er uavhengige. Aksiomene 3 og 4 kan testes tilsvarende<sup>12</sup>. Når det gjelder Aksiom 1 så er det, som nevnt ovenfor, mye enklere å formulere en statistisk test i dette tilfelle, fordi en kan benytte den konvensjonelle sannsynlighetskvotetesten.

## 5. KONKLUSJON

Mens klassisk mekanikk har oppnådd en rigorøs vitenskapelig status, så sliter fortsatt samfunnsfagene med å forstå og formulere grunnleggende «first principles», som kan danne grunnlag for et forskningsprogram for etablering av modellrelasjoner i rigorøs vitenskapelig forstand, slik Frisch forestilte seg idealet. Eksisterende teorier og modeller representerer i beste fall kun grove tilnærmelser til de fenomener de forsøker å gi kvantitative prediksjoner for. Det typiske er at de empiriske relasjonene formuleres innen et temmelig generelt matematisk og statistisk rammeverk, med mange «ukjente», som det er underforstått økonometrikeren skal «løse» ved hjelp av statistisk inferens og konvensjonelle data.

I denne artikkelen har jeg illustrert en type aksiomatisk tilnærming, i ånden til Ragnar Frisch. Som på så mange andre områder var Ragnar Frisch også i denne sammenhengen en pioner, se Frisch (1926/1971) og Bjerkholt (2012). Mitt utgangspunkt har vært at utfordringen med å etablere vitenskapelige kvantitative atferdsrelasjoner kun basert på eksisterende økonomiske teorier samt statistisk inferens og konvensjonelle markedsdata, rett og slett er et for ambisiøst program som er dømt til å mislykkes. Et hovedproblem er at med de typiske datasettene som er tilgjengelige i samfunnsvitenskapene, er det vanskelig å etablere rigorøse strukturelle relasjoner fordi dataene ikke inneholder tilstrekkelig informasjon til at de kan brukes til å validere alle kvantitative kontrafaktiske prediksjoner av interesse. Dagens praksis med å teste teoretiske modellegenskaper simultant med ad hoc forutsetninger om matematisk spesifisering er utilfredsstillende fordi den som regel ikke evner å identifisere hvilke av forutsetningene som er kritiske.

Slik jeg har vist i denne artikkelen er det altså mulig i noen situasjoner å supplere eksisterende teorier med intuitive og testbare postulater, som viser seg å lede til en fullstendig karakterisering av den matematiske utformingen av modellen. I mer kompliserte situasjoner er det imidlertid et høyst åpent spørsmål i hvilken grad det er mulig å formulere et så rigorøst forskningsprogram som det jeg har antydnet i denne artikkelen. Uansett hvor langt det er mulig å komme ved å forfølge en aksiomatisk tilnærming, er det viktig å innse at data fra laboratorieeksperimenter og SP undersøkelser er helt vesentlig for å oppnå framskritt når det gjelder evaluering av strukturelle modeller, fordi slike data gjør det mulig å teste modellene i flere kontrafaktiske situasjoner enn konvensjonelle data tillater. Også på dette feltet var Frisch klarsynt: I flere sammenhenger

<sup>12</sup> Se Luce (1977) og spesielt Davis-Stober (2009) for en oversikt over testing av aksiomer som karakteriserer kvalitative valghandlingsmodeller.



argumenterte han for å supplere konvensjonelle data med SP data (Bjerkholt og Dupont, 2009).

#### REFERANSER

Bjerkholt, O. (2012): Ragnar Frisch's Axiomatic Approach to Econometrics. Memorandum 21/2012, Økonomisk institutt, Universitetet i Oslo.

Bjerkholt, O. og A. Dupont (2009): *Problems and Methods of Econometrics. The Poincaré Lectures of Ragnar Frisch 1933*. Routledge, London.

Bjerkholt, O. og D. Qin (2010): *A Dynamic Approach to Economic Theory. The Yale Lectures of Ragnar Frisch, 1930*. Routledge, New York.

Blavatsky, P. R. (2008): Stochastic Utility Theorem. *Journal of Mathematical Economics*, **44**, 1049-1056.

Cameron, A. C. og P. K. Trivedi (2005): *Microeconometrics. Methods and Applications*. Cambridge University Press, New York.

Dagsvik, J. K. (2008): Axiomatization of Stochastic Models for Choice under Uncertainty. *Mathematical Social Sciences*, **55**, 341-370.

Dagsvik, J. K. (2013): Justification of Functional Form Assumptions in Structural Models: A Correction. *Theory and Decision*, **75**, 79-83.

Dagsvik, J. K. (2015): Stochastic Models for Risky Choices: A Comparison of Different Axiomatizations. *Journal of Mathematical Economics*, **60**, 81-88.

Dagsvik, J. K. (2016): Is the Ambition of a Scientific Foundation of Quantitative Structural Relations too Demanding? Upublisert manuskript.

Dagsvik, J. K. og S. Røine Hoff (2011): Justification of Functional Form Assumptions in Structural Models: Applications and Testing of Qualitative Measurement Axioms. *Theory and Decision*, **70**, 215-254.

Dagsvik, J. K. og S. Strøm (2006): Sectoral Labor Supply, Choice Restrictions and Functional Form. *Journal of Applied Econometrics*, **21**, 803-826.

Dagsvik, J. K., Z. Jia og S. Strøm (2006): Utility of Income as a Random Function: Behavioral Characterization and Empirical Evidence. *Mathematical Social Sciences*, **51**, 23-57.

Davis-Stober, C. P. (2009): Analysis of Multinomial Models under Inequality Constraints:

Applications to Measurement Theory. *Journal of Mathematical Psychology*, **53**, 1-13.

Einstein, A. (1905): On the Electrodynamics of Moving Bodies. *Annalen der Physik*, **17**, 891-921.

Elster, J. (2009): Excessive Ambitions? *Capitalism and Society*, **4**(2), Article 1.

Falmagne, J.-C. og L. Narens (1983): Scales and Meaningfulness of Qualitative Laws. *Synthese*, **55**, 287-325.

Fischer, G. W. og D. Nagin (1981): Random versus Fixed Coefficient Quantal Choice Models. I C. F. Manski og D. McFadden (red.), *Structural Analysis of Discrete Data*. MIT Press, Cambridge, MA.

Friedman, M. (1953): The Methodology of Positive Economics. I M. Friedman: *Essays in Positive Economics*. University of Chicago Press, Chicago.

Frisch, R. (1926/1971): On a Problem of Pure Economics. I J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter, og H. F. Sonnenschein (red.), *Preferences, Utility, and Demand – A Minnesota Symposium*, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, 386-423.

Ginther, D. K. (2010): An Interview with James J. Heckman. *Macroeconomic Dynamics*, **14**, 548-584.

Hausman, D. M. (1992): *The Inexact and Separate Science of Economics*. Cambridge University Press, New York.

Iverson, G. J. og J.-C. Falmagne (1985): Statistical Issues in Measurement. *Mathematical Social Sciences*, **10**, 131-153.

Iverson, G. J. og A. Harp (1987): A Conditional Likelihood Ratio Test for Order Restrictions in Exponential Families. *Mathematical Social Sciences*, **14**, 141-159.

Luce, R. D., D. H. Krantz, P. Suppes og A. Tversky (1990): *Foundation of Measurement. Representation, Axiomatization, and Invariance*. Bind 3. Academic Press, New York.

Luce, R. D. og P. Suppes (1965): Preference, Utility, and Subjective Probability. I R. D. Luce, R. R. Bush og E. Galanter (red.), *Handbook of Mathematical Psychology*, bind. 3. Wiley, New York.

Luce, R. D. (1977): The Choice Axiom after Twenty Years. *Journal of Mathematical Psychology*, **15**, 215-233.

McFadden, D. (1984): Econometric Analysis of Qualitative Response Models. I Z. Griliches og M. D. Intriligator (red.), *Handbook of Econometrics*, bind 2. MIT Press, Cambridge, Mass.

McFadden, D. (2000): Disaggregate Behavioral Travel Demand's RUM Side. A 30-Year Retrospective. I D. Hensher (red.), *Travel Behavior Research: The Leading Edge*. Pergamon, Amsterdam.

Mirowski, P. (1984): Physics and the Marginalist Revolution. *Cambridge Journal of Economics*, **8**, 361-379.

Shapiro, A. (1988): Towards a Unified Theory of Inequality Constrained Testing in Multivariate Analysis. *International Statistical Review*, **56**, 49-52.

Silvapulle, M. J. og P. K. Sen (2005): *Constrained Statistical Inference: Inequality, Order, and Shape Restrictions*. Wiley, New York.

Simon, H. A. (1986): Rationality in Psychology and Economics. *Journal of Business*, **59**, S209-S224.

Suppes, P., D. H. Krantz, R. D. Luce og A. Tversky (1989): *Foundation of Measurement*, bind 2. Academic Press, New York.

Varian, H. (1992): *Microeconomic Analysis*. W. W. Norton and Company, New York.



Visste du at samtlige utgaver av vårt tidsskrift er tilgjengelig på nett?  
Se vår hjemmeside og les om aktuelle saker helt tilbake til 1958!

God lesning!

<http://samfunnsokonomene.no>